

SECUNDARIA

# Pensamiento matemático

4

Modelo de Educación para la Vida, AprendeINEA

# Pensamiento matemático 4

Modelo de Educación para la Vida, AprendeINEA

SECUNDARIA

**Directorio**

Mario Delgado Carrillo
Secretario de Educación Pública

Armando Contreras Castillo
Director General del INEA

Ernesto Gutiérrez Garcés
Director Académico

Gerardo Molina Álvarez
Director de Prospectiva, Acreditación y Evaluación

Claudia Díaz Arnaud
Directora de Concertación, Difusión y Asuntos Internacionales

José Luis Sánchez Juárez
Director de Operación

Nallely Hernández García
Directora de Asuntos Jurídicos

Rodrigo Menéndez Roldán
Titular de la Unidad de Administración y Finanzas

**Créditos de la presente edición**

Coordinación general
Teresa Guadalupe Reyes Sahagún

Coordinación Académica
Cecilia Orozco López

Coordinación de la obra
Greta Margarita Papadimetriou Cámara
Colectivo de Educación para la Paz, A.C.

Coordinación del campo formativo Pensamiento matemático
Laura Valdivia Moreno

Autoría
Laura Valdivia Moreno
Vianney Rangel Reyes
Miguel Rodríguez Ruiz

Colaboración
Angélica Guadalupe Zamudio Camargo, René Luis Rubio Garibay, Guillermo González Zárate, Ricardo Díaz Estrada, Teresa Susana Uscanga Olea, José Félix Salazar Rodríguez, Ángel Misael Pelayo Gómez, Yesenia Villicaña Molina

Revisión
Emmanuel Alejandro Albanés Ojeda
Ricardo Reyes Figueroa
Fabián Valapaí Bravo Vázquez
David Villanueva Soriano
César Hernández Pérez

Revisión editorial
Hugo Fernández Alonso
Greta Sánchez Muñoz
Adriana Barraza Hernández

Diseño
Diagramación e iconografía
Elizabeth Martínez Suástegui

Portada
Raquel Rojas Nieto

Ilustraciones
Jorge Mendoza Campos
David Nieto Vital
Rosalinda Raya Lemus
Isabel Gómez Guízar
Jesús Enrique Gil de María y Campos

Fotografía
Fernando Franco
Banco de imágenes de Adobe Stock

Revisión colegiada
María de Lourdes Aravedo Reséndiz, Lucina Solís Barrera, Greta Sánchez Muñoz, Eliseo Ariel Brena Becerril, José Carlos Rocha Silva, Brenda Munguia Anaya, María Elena García Mendoza, Diana Arely Valenzuela Gutiérrez, Mariano Victorino Salazar Molina, Rogelio Zenteno Trejo, Esmeralda Dionicio García, Ana Laura Acosta Ríos, Daniela Ruiz Sánchez

*Pensamiento matemático 4, Secundaria, Modelo de Educación para la Vida, AprendeINEA*. D. R. 2022 ©Instituto Nacional para la Educación de los Adultos, INEA. Francisco Márquez 160, Col. Condesa. Alcaldía Cuauhtémoc. Ciudad de México. C. P. 06140.

Esta obra es propiedad intelectual de sus personas autoras, y los derechos de publicación han sido legalmente transferidos al INEA. Prohibida su reproducción parcial o total por cualquier medio, sin autorización escrita de su legítimo titular de derechos.

ISBN *Pensamiento matemático 4, Secundaria, Modelo de Educación para la Vida, AprendeINEA*: 978-607-710-418-6

Impreso en México

# PRESENTACIÓN

Los módulos de *Pensamiento matemático*, además de hacer valer tu derecho a la educación y bienestar social, están diseñados para que desarrolles de forma gradual tus capacidades para pensar en términos numéricos y apliques el pensamiento lógico y crítico que te permita relacionar conceptos, saberes y experiencias en la resolución de problemas de tu vida diaria, ya sea en el ámbito personal o de participación comunitaria. Adicionalmente, buscan que seas capaz de comprender la información cuantitativa de modo que construyas una opinión propia acerca de los sucesos de tu entorno inmediato, pero también del ámbito mundial.

En este módulo de *Pensamiento matemático 4* te introducirás en el conocimiento del lenguaje algebraico al trabajar con monomios y polinomios; al hacerlo, aplicarás las leyes de los signos para las operaciones de suma y resta, multiplicación y división algebraicas. Estos conocimientos te serán de utilidad para plantear funciones entre variables dependientes e independientes sobre situaciones de la vida cotidiana, que aprenderás a tabular y a plasmar gráficamente en el plano. Asimismo, comenzarás con el estudio de la probabilidad clásica al distinguir situaciones que involucran el azar y realizarás experimentos probabilísticos con distintos resultados.

*Pensamiento matemático 4* integra conocimientos y habilidades para el desarrollo paulatino del pensamiento algebraico. Los temas y las actividades se plantearon para comenzar a traducir situaciones reales en símbolos e identificar patrones y regularidades numéricas en las mismas. Mediante las actividades con el plano cartesiano, conocerás otra forma de representación de estas situaciones, comenzarás a relacionarlas con el pensamiento simbólico y encontrarás nuevos datos a partir de los que ya tienes graficados. El estudiar y realizar experimentos aleatorios con dos, seis o más resultados posibles, te posibilitará la comprensión del azar y cómo calcular las probabilidades de un evento.

Finalmente, para fortalecer y vincular los aprendizajes desarrollados en los módulos de otros ejes, en todas las secuencias se han incorporado recomendaciones sobre los conocimientos de los campos formativos de *Vida y comunidad o Lengua y comunicación* que puedes retomar en los temas que aquí se desarrollan y viceversa.



# CONTENIDO


Conoce tu libro ..... 8

**UNIDAD 1**
Definición y operaciones con monomios y polinomios

*Secuencia 1. Sumas y restas de monomios* ..... *15*
Tema 1. Lenguaje algebraico ..... 20
Tema 2. Los monomios ..... 28
Tema 3. La suma de monomios ..... 39
Tema 4. La resta de monomios ..... 46

*Secuencia 2. Multiplicación y división de monomios* ..... *55*
Tema 1. Multiplicaciones y divisiones algebraicas ..... 57
Tema 2. La multiplicación de monomios ..... 61
Tema 3. La división de monomios ..... 67

*Secuencia 3. Sumas y restas de polinomios* ..... *75*
Tema 1. Los polinomios y su clasificación ..... 77
Tema 2. La suma y la resta de polinomios ..... 83

*Secuencia 4. Multiplicación y división de polinomios* ..... *93*
Tema 1. La multiplicación de polinomios ..... 95
Tema 2. La división de polinomios ..... 102

**UNIDAD 2**
Representación gráfica de relaciones matemáticas

*Secuencia 5. El plano cartesiano y las partes que lo componen* ..... *113*
Tema 1. El plano cartesiano y sus partes ..... 116
Tema 2. Las coordenadas y sus componentes ..... 127
Tema 3. Ubicación de puntos en el plano cartesiano ..... 131

*Secuencia 6. El trazo de rectas en el plano cartesiano* ..... *139*
Tema 1. La función en álgebra ..... 141
Tema 2. Cálculo de una función dada ..... 148
Tema 3. Tablas con rangos de valores para una función ..... 155
Tema 4. Gráfica de la tabla de valores de una función ... 159

*Secuencia 7. La interpolación y su procedimiento* ..... *169*
Tema 1. Qué es una interpolación y cómo se realiza ..... 171
Tema 2. Problemas de interpolación ..... 177

*Secuencia 8. Extrapolación de puntos en el plano cartesiano* ..... *191*
Tema 1. La extrapolación ..... 194
Tema 2. Utilidad de la extrapolación en la resolución de problemas ..... 201

**UNIDAD 3**
Probabilidad clásica

*Secuencia 9. Situaciones en las que interviene el azar* ..... *215*
Tema 1. Concepto de probabilidad ..... 218
Tema 2. Concepto de azar ..... 221
Tema 3. Situaciones cotidianas en las que puede intervenir el azar ..... 229
Tema 4 Eventos en los que interviene el azar y eventos en los que no ..... 234

*Secuencia 10. Experimentos aleatorios con dos resultados posibles* ..... *243*
Tema 1. El experimento aleatorio ..... 245
Tema 2. Dos resultados posibles ..... 252
Tema 3. Espacio muestral y registro de experimentos aleatorios con dos resultados posibles ..... 255

*Secuencia 11. Experimentos aleatorios con hasta seis resultados posibles* ..... ***265***

Tema 1. Representación de la probabilidad de un evento con fracciones ..... 267
Tema 2. Representación con una fracción de la probabilidad de un evento ..... 274
Tema 3. El experimento aleatorio con seis posibles resultados: tirar un dado ..... 279
Tema 4. El experimento aleatorio con seis posibles resultados: sacar una de las seis canicas ..... 283

*Secuencia 12. Experimentos aleatorios con doce resultados posibles* ..... ***289***

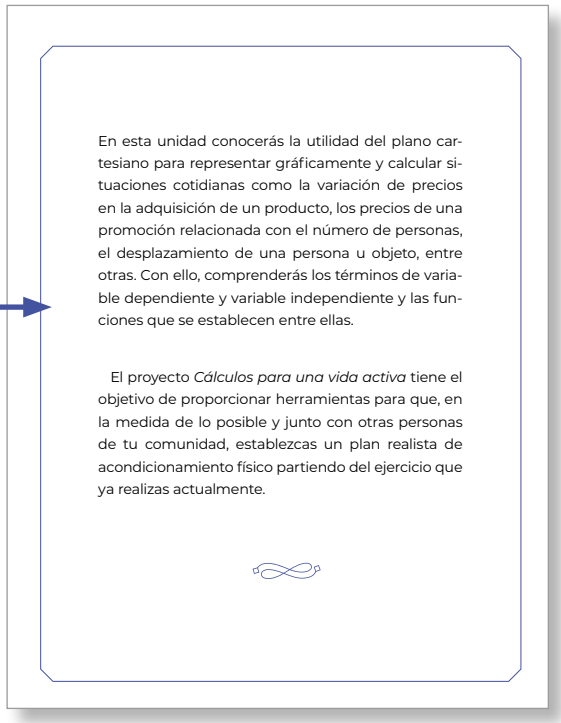
Tema 1. Posibles resultados de un experimento aleatorio ..... 291
Tema 2. Identificación de eventos aleatorios con más resultados posibles ..... 297

**Autoevaluación** ..... 307
**Bibliografía** ..... 311
Fuentes consultadas ..... 311
Fuentes sugeridas ..... 314

# Conoce tu libro

**A continuación, te presentamos las secciones que integran tu libro para que conozcas el propósito de cada una.**



En esta unidad conocerás la utilidad del plano cartesiano para representar gráficamente y calcular situaciones cotidianas como la variación de precios en la adquisición de un producto, los precios de una promoción relacionada con el número de personas, el desplazamiento de una persona u objeto, entre otras. Con ello, comprenderás los términos de variable dependiente y variable independiente y las funciones que se establecen entre ellas.

El proyecto *Cálculos para una vida activa* tiene el objetivo de proporcionar herramientas para que, en la medida de lo posible y junto con otras personas de tu comunidad, establezcas un plan realista de acondicionamiento físico partiendo del ejercicio que ya realizas actualmente.

## Entrada de unidad

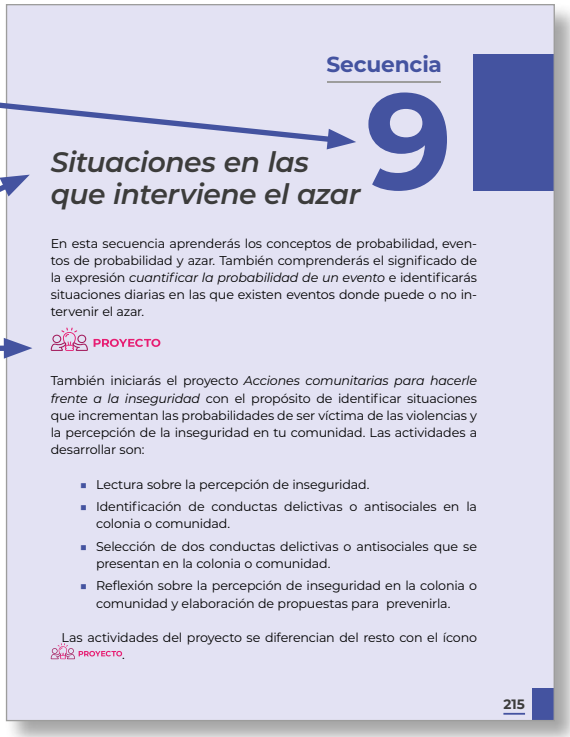
Tu libro integra tres unidades. En cada una se indica su número y título. Cada unidad se presenta de manera general, describiendo los aprendizajes que abarca y el proyecto a desarrollar.

## Secuencia didáctica

El libro tiene 12 secuencias, cuatro por unidad. En cada una desarrollarás un aprendizaje significativo.

## Encuadre de la secuencia

Para comenzar, en cada secuencia encontrarás el título de esta y un párrafo en el que se resume el aprendizaje que desarrollarás. También podrás identificar las actividades del proyecto que realizarás en cada secuencia.



Secuencia **9**

*Situaciones en las que interviene el azar*

En esta secuencia aprenderás los conceptos de probabilidad, eventos de probabilidad y azar. También comprenderás el significado de la expresión *cuantificar la probabilidad de un evento* e identificarás situaciones diarias en las que existen eventos donde puede o no intervenir el azar.

PROYECTO

También iniciarás el proyecto *Acciones comunitarias para hacerle frente a la inseguridad* con el propósito de identificar situaciones que incrementan las probabilidades de ser víctima de las violencias y la percepción de la inseguridad en tu comunidad. Las actividades a desarrollar son:

- Lectura sobre la percepción de inseguridad.
- Identificación de conductas delictivas o antisociales en la colonia o comunidad.
- Selección de dos conductas delictivas o antisociales que se presentan en la colonia o comunidad.
- Reflexión sobre la percepción de inseguridad en la colonia o comunidad y elaboración de propuestas para prevenirla.

Las actividades del proyecto se diferencian del resto con el ícono PROYECTO.

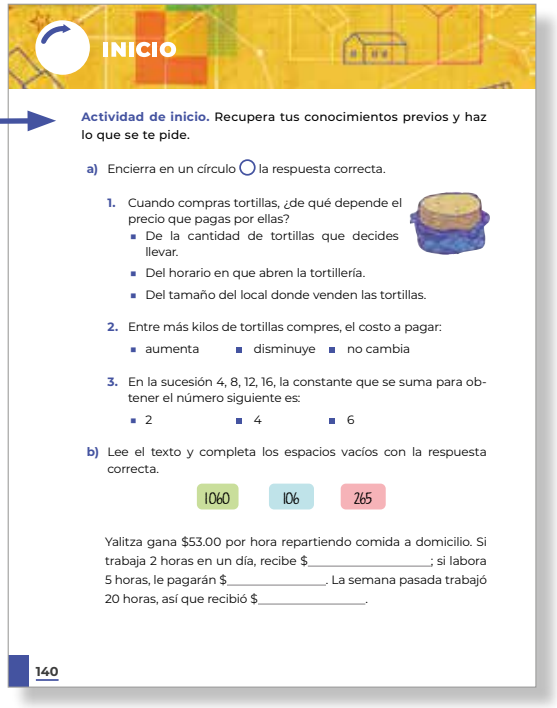
215

## Proyecto

En cada unidad, planearás, desarrollarás y evaluarás un proyecto en el que realizarás acciones de beneficio comunitario y pondrás en práctica los aprendizajes desarrollados.

## Partes de la secuencia didáctica

Todas las secuencias tienen **inicio, desarrollo** y **cierre**. Cada una está marcada con un cintillo. En el inicio reconocerás lo que ya sabes, en el desarrollo conocerás información y harás actividades para fortalecer y poner en práctica el aprendizaje. Finalmente, en el cierre, realizarás una actividad en la que pondrás en práctica lo visto en la secuencia.



INICIO

**Actividad de inicio.** Recupera tus conocimientos previos y haz lo que se te pide.

**a)** Encierra en un círculo ◯ la respuesta correcta.

1. Cuando compras tortillas, ¿de qué depende el precio que pagas por ellas?
   - De la cantidad de tortillas que decides llevar.
   - Del horario en que abren la tortillería.
   - Del tamaño del local donde venden las tortillas.
2. Entre más kilos de tortillas compres, el costo a pagar:
   - aumenta
   - disminuye
   - no cambia
3. En la sucesión 4, 8, 12, 16, la constante que se suma para obtener el número siguiente es:
   - 2
   - 4
   - 6

**b)** Lee el texto y completa los espacios vacíos con la respuesta correcta.

1060 106 265

Yalitza gana $53.00 por hora repartiendo comida a domicilio. Si trabaja 2 horas en un día, recibe $_____; si labora 5 horas, le pagarán $_____. La semana pasada trabajó 20 horas, así que recibió $_____.

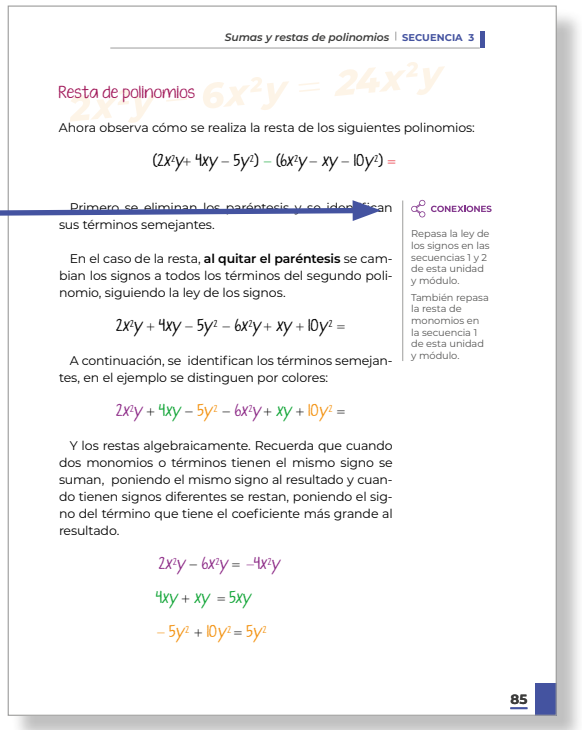
140

## Actividad de inicio

Mediante lecturas, cuestionarios, redacciones propias, entre otras, la primera actividad de cada secuencia te permitirá vincular el aprendizaje con tu vida cotidiana y reconocer lo que ya sabes en torno a este.

## Conexiones

Sección que te será útil para vincular el aprendizaje de una secuencia con lo visto en alguna otra, ya sea de este u otro módulo.



*Sumas y restas de polinomios* | SECUENCIA 3

Resta de polinomios $6x^2y = 24x^2y$ $2x^2y$

Ahora observa cómo se realiza la resta de los siguientes polinomios:

$$(2x^2y + 4xy - 5y^2) - (6x^2y - xy - 10y^2) =$$

Primero se eliminan los paréntesis y se identifican sus términos semejantes.

En el caso de la resta, **al quitar el paréntesis** se cambian los signos a todos los términos del segundo polinomio, siguiendo la ley de los signos.

$$2x^2y + 4xy - 5y^2 - 6x^2y + xy + 10y^2 =$$

A continuación, se identifican los términos semejantes, en el ejemplo se distinguen por colores:

$$2x^2y + 4xy - 5y^2 - 6x^2y + xy + 10y^2 =$$

Y los restas algebraicamente. Recuerda que cuando dos monomios o términos tienen el mismo signo se suman, poniendo el mismo signo al resultado y cuando tienen signos diferentes se restan, poniendo el signo del término que tiene el coeficiente más grande al resultado.

$$2x^2y - 6x^2y = -4x^2y$$

$$4xy + xy = 5xy$$

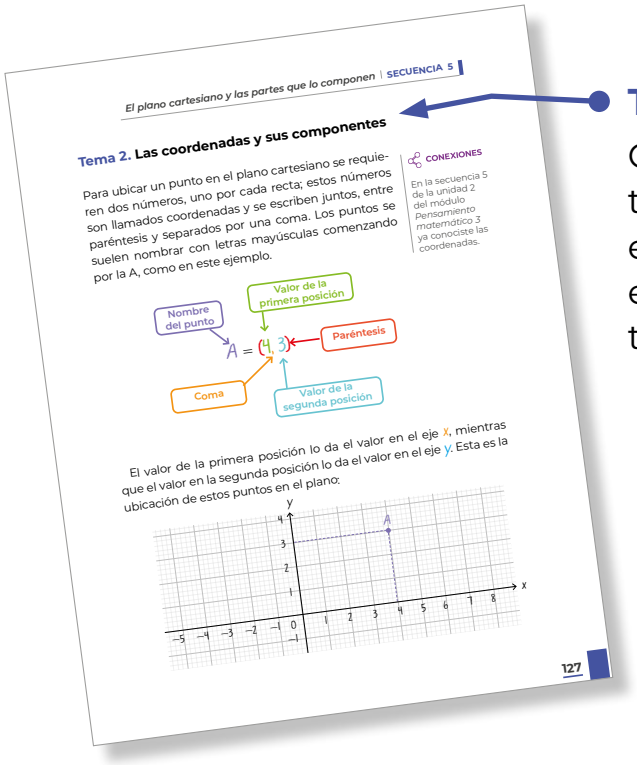
$$-5y^2 + 10y^2 = 5y^2$$

CONEXIONES

Repasa la ley de los signos en las secuencias 1 y 2 de esta unidad y módulo.

También repasa la resta de monomios en la secuencia 1 de esta unidad y módulo.

85


El plano cartesiano y las partes que lo componen | SECUENCIA 5

**Tema 2. Las coordenadas y sus componentes**

Para ubicar un punto en el plano cartesiano se requieren dos números, uno por cada recta; estos números son llamados coordenadas y se escriben juntos, entre paréntesis y separados por una coma. Los puntos se suelen nombrar con letras mayúsculas comenzando por la A, como en este ejemplo.

CONEXIONES
En la secuencia 5 de la unidad 2 del módulo Pensamiento matemático 3 ya conociste las coordenadas.

Nombre del punto
Valor de la primera posición
Paréntesis
Coma
Valor de la segunda posición
$A = (4, 3)$

El valor de la primera posición lo da el valor en el eje x, mientras que el valor en la segunda posición lo da el valor en el eje y. Esta es la ubicación de estos puntos en el plano:

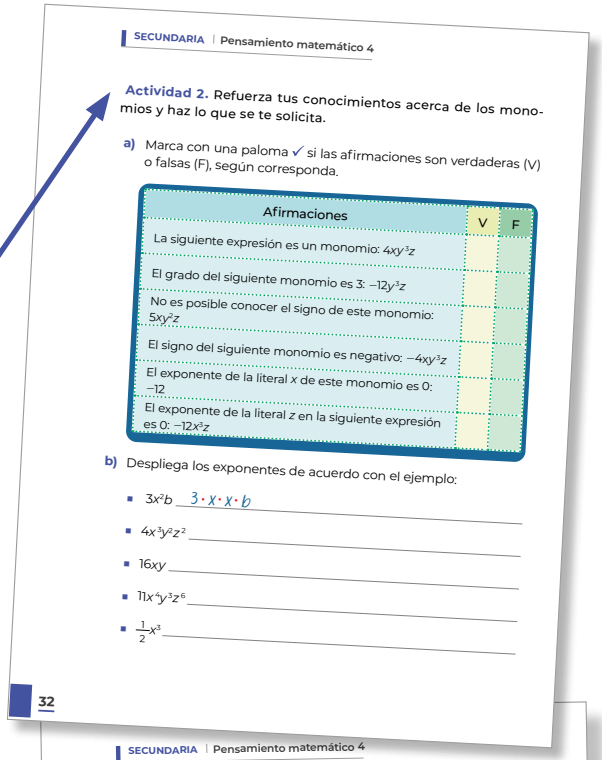
127

## Temas

Cada secuencia, en su desarrollo, tiene diversos temas. En cada uno encontrarás información medular y explicaciones que se presentan en textos breves, esquemas e infografías.

## Actividades del desarrollo

Por cada tema, se integra una actividad, la cual está numerada y diseñada para que pongas en práctica lo visto en las lecturas.


SECUNDARIA | Pensamiento matemático 4

**Actividad 2.** Refuerza tus conocimientos acerca de los monomios y haz lo que se te solicita.

a) Marca con una paloma ✓ si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F), según corresponda.

| Afirmaciones | V | F |
|---|---|---|
| La siguiente expresión es un monomio: $4xy^3z$ | | |
| El grado del siguiente monomio es 3: $-12y^3z$ | | |
| No es posible conocer el signo de este monomio: $5xy^2z$ | | |
| El signo del siguiente monomio es negativo: $-4xy^3z$ | | |
| El exponente de la literal $x$ de este monomio es 0: $-12$ | | |
| El exponente de la literal $z$ en la siguiente expresión es 0: $-12x^3z$ | | |

b) Despliega los exponentes de acuerdo con el ejemplo:

- $3x^2b$ $3 \cdot x \cdot x \cdot b$
- $4x^3y^2z^2$
- $16xy$
- $11x^4y^3z^6$
- $\frac{1}{2}x^3$

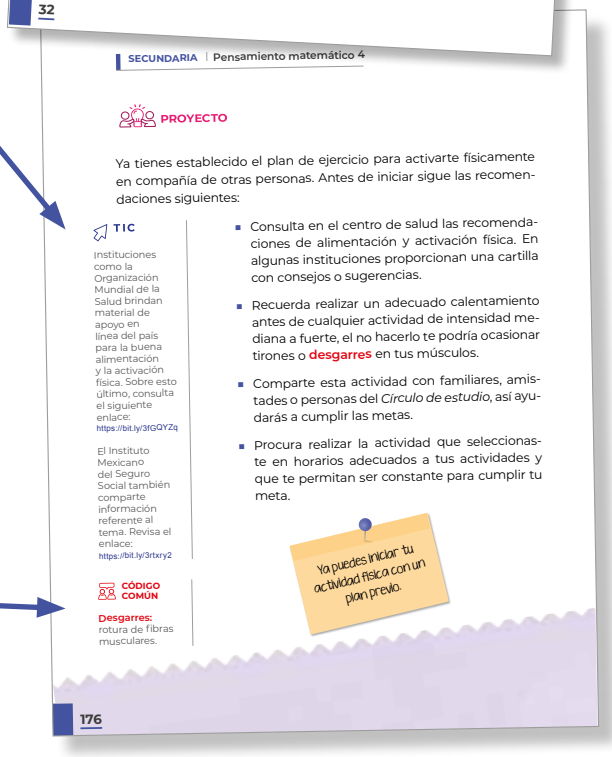
32

## TIC

Aquí encontrarás recomendaciones para fortalecer tus habilidades digitales y sugerencias de sitios en internet para profundizar en algunos de los temas desarrollados.

## Código común

Conocerás la definición de palabras o términos que no son de uso cotidiano, además de información que te orientará para comprender los textos que se integran en las secuencias.


SECUNDARIA | Pensamiento matemático 4

PROYECTO

Ya tienes establecido el plan de ejercicio para activarte físicamente en compañía de otras personas. Antes de iniciar sigue las recomendaciones siguientes:

TIC

Instituciones como la Organización Mundial de la Salud brindan material de apoyo en línea del país para la buena alimentación y la activación física. Sobre esto último, consulta el siguiente enlace:
https://bit.ly/3fGQYZq

El Instituto Mexicano del Seguro Social también comparte información referente al tema. Revisa el enlace:
https://bit.ly/3rtxry2

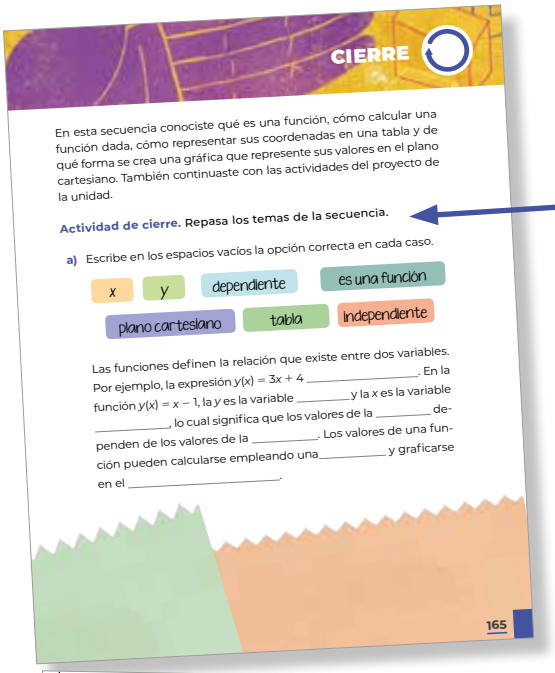
CÓDIGO COMÚN

**Desgarres:** rotura de fibras musculares.

- Consulta en el centro de salud las recomendaciones de alimentación y activación física. En algunas instituciones proporcionan una cartilla con consejos o sugerencias.
- Recuerda realizar un adecuado calentamiento antes de cualquier actividad de intensidad mediana a fuerte, el no hacerlo te podría ocasionar tirones o **desgarres** en tus músculos.
- Comparte esta actividad con familiares, amistades o personas del *Círculo de estudio*, así ayudarás a cumplir las metas.
- Procura realizar la actividad que seleccionaste en horarios adecuados a tus actividades y que te permitan ser constante para cumplir tu meta.

Ya puedes iniciar tu actividad física con un plan previo.

176



CIERRE

En esta secuencia conociste qué es una función, cómo calcular una función dada, cómo representar sus coordenadas en una tabla y de qué forma se crea una gráfica que represente sus valores en el plano cartesiano. También continuaste con las actividades del proyecto de la unidad.

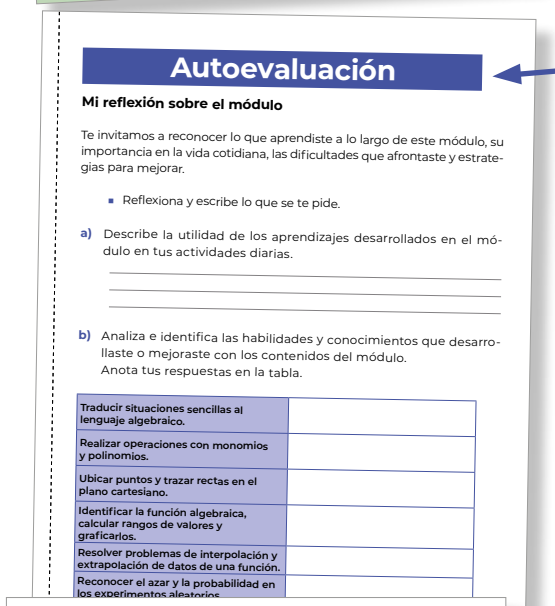
**Actividad de cierre.** Repasa los temas de la secuencia.

a) Escribe en los espacios vacíos la opción correcta en cada caso.

x | y | dependiente | es una función | plano cartesiano | tabla | independiente

Las funciones definen la relación que existe entre dos variables. Por ejemplo, la expresión $y(x) = 3x + 4$ _____. En la función $y(x) = x - 1$, la $y$ es la variable _____ y la $x$ es la variable _____, lo cual significa que los valores de la _____ dependen de los valores de la _____. Los valores de una función pueden calcularse empleando una_____ y graficarse en el _____.

165



## Autoevaluación

**Mi reflexión sobre el módulo**

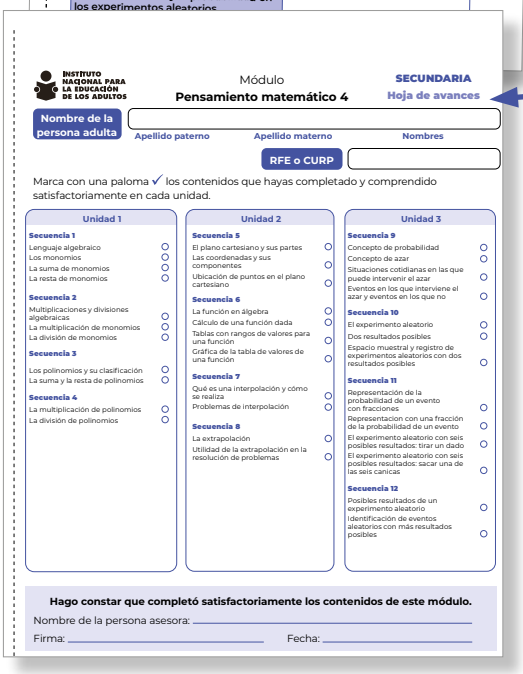
Te invitamos a reconocer lo que aprendiste a lo largo de este módulo, su importancia en la vida cotidiana, las dificultades que afrontaste y estrategias para mejorar.

- Reflexiona y escribe lo que se te pide.

a) Describe la utilidad de los aprendizajes desarrollados en el módulo en tus actividades diarias.

b) Analiza e identifica las habilidades y conocimientos que desarrollaste o mejoraste con los contenidos del módulo. Anota tus respuestas en la tabla.

| | |
|---|---|
| Traducir situaciones sencillas al lenguaje algebraico. | |
| Realizar operaciones con monomios y polinomios. | |
| Ubicar puntos y trazar rectas en el plano cartesiano. | |
| Identificar la función algebraica, calcular rangos de valores y graficarlos. | |
| Resolver problemas de interpolación y extrapolación de datos de una función. | |
| Reconocer el azar y la probabilidad en los experimentos aleatorios | |



INSTITUTO NACIONAL PARA LA EDUCACIÓN DE LOS ADULTOS

Módulo
**Pensamiento matemático 4**

**SECUNDARIA**
**Hoja de avances**

Nombre de la persona adulta | Apellido paterno | Apellido materno | Nombres

RFE o CURP

Marca con una paloma ✓ los contenidos que hayas completado y comprendido satisfactoriamente en cada unidad.

**Unidad 1**

**Secuencia 1**
- Lenguaje algebraico
- Los monomios
- La suma de monomios
- La resta de monomios

**Secuencia 2**
- Multiplicaciones y divisiones algebraicas
- La multiplicación de monomios
- La división de monomios

**Secuencia 3**
- Los polinomios y su clasificación
- La suma y la resta de polinomios

**Secuencia 4**
- La multiplicación de polinomios
- La división de polinomios

**Unidad 2**

**Secuencia 5**
- El plano cartesiano y sus partes
- Las coordenadas y sus componentes
- Ubicación de puntos en el plano cartesiano

**Secuencia 6**
- La función en álgebra
- Cálculo de una función dada
- Tablas con rangos de valores para una función
- Gráfica de la tabla de valores de una función

**Secuencia 7**
- Qué es una interpolación y cómo se realiza
- Problemas de interpolación

**Secuencia 8**
- La extrapolación
- Utilidad de la extrapolación en la resolución de problemas

**Unidad 3**

**Secuencia 9**
- Concepto de probabilidad
- Concepto de azar
- Situaciones cotidianas en las que puede intervenir el azar
- Eventos en los que interviene el azar y eventos en los que no

**Secuencia 10**
- El experimento aleatorio
- Dos resultados posibles
- Espacio muestral y registro de experimentos aleatorios con dos resultados posibles

**Secuencia 11**
- Representación de la probabilidad de un evento con fracciones
- Representacion con una fracción de la probabilidad de un evento
- El experimento aleatorio con seis posibles resultados: tirar un dado
- El experimento aleatorio con seis posibles resultados: sacar una de las seis canicas

**Secuencia 12**
- Posibles resultados de un experimento aleatorio
- Identificación de eventos aleatorios con más resultados posibles

**Hago constar que completó satisfactoriamente los contenidos de este módulo.**

Nombre de la persona asesora: _____

Firma: _____ Fecha: _____

Considera que en algunos textos no se usa el lenguaje incluyente por los años en los que fueron redactados.

## Actividad de cierre

Para finalizar cada secuencia, realizarás una actividad en la que pondrás en práctica lo visto en todos los temas. Además, evaluarás tus avances en el proyecto.

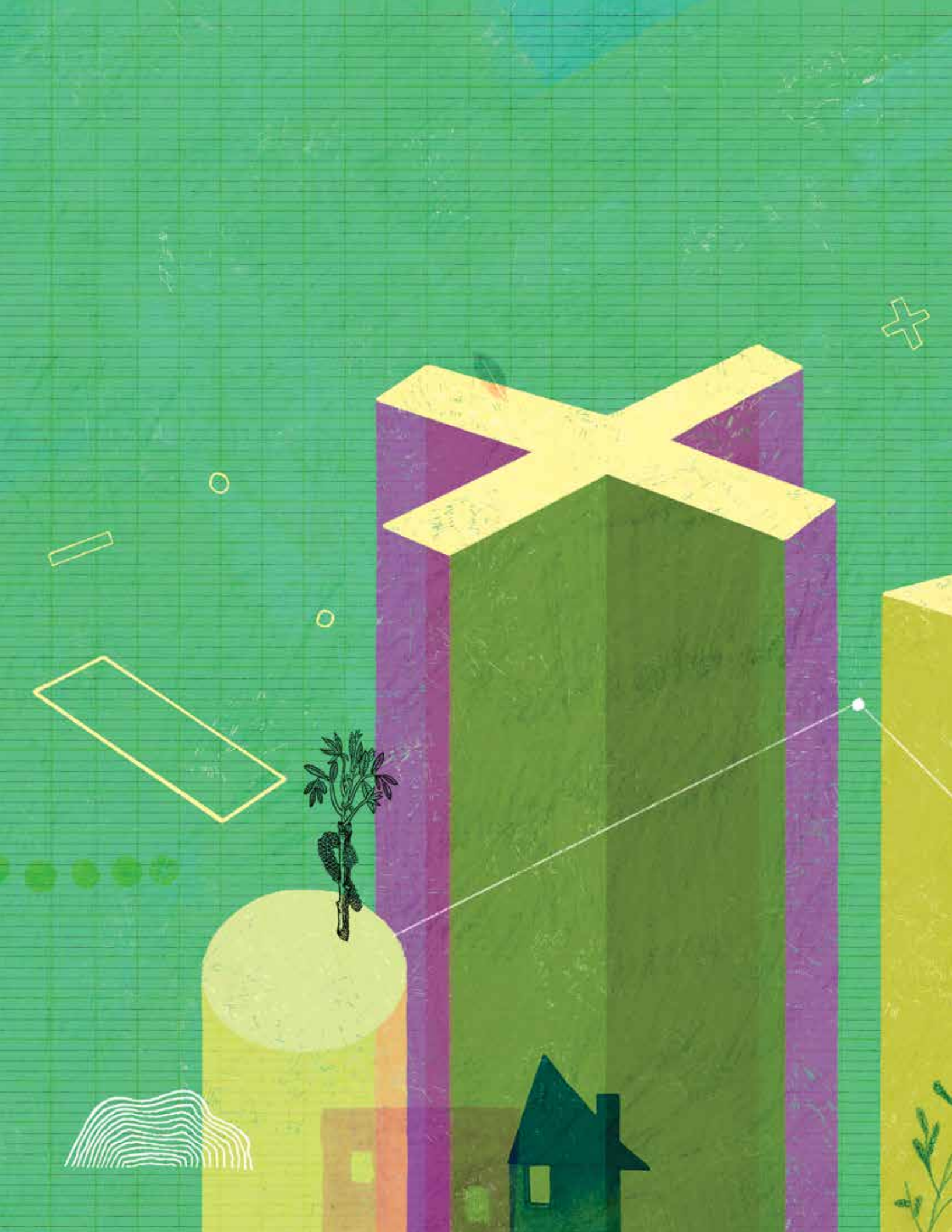
## Autoevaluación

A lo largo del módulo realizarás evaluaciones diagnósticas, formativas e integradoras dentro de las actividades de inicio, desarrollo y cierre.

Al final del módulo reflexionarás sobre lo aprendido y verificarás que se hayan cubierto todos los contenidos.

## Hoja de avance

En ella encontrarás información para orientar el avance de las personas educandas.





# UNIDAD 1

## *Definición y operaciones con monomios y polinomios*

En esta unidad revisarás temas y actividades que forman parte del campo de estudio del álgebra con el objeto de que desarrolles el pensamiento simbólico y puedas utilizarlo en tu vida diaria. Para ello, reconocerás situaciones que pueden ser expresadas algebraicamente; aprenderás las reglas básicas del álgebra para sumar, restar, multiplicar y dividir expresiones de uno o más términos; resolverás ejercicios tomando en consideración las leyes de los signos para simplificar polinomios.

El proyecto *Construimos acuerdos para la convivencia pacífica* promueve la cultura de paz en tu entorno mediante el diálogo y la participación; la fabricación de una urna para depositar propuestas te ayudará a poner en práctica los conocimientos de la unidad.



Secuencia

1

# *Sumas y restas de monomios*

En esta secuencia comenzarás el estudio del lenguaje algebraico y de las expresiones conocidas como monomios, mismas que aprenderás a sumar y restar.




También iniciarás el proyecto *Construimos acuerdos para la convivencia pacífica*, con el objetivo de revisar situaciones que representen retos para la convivencia, y hacerles frente para promover una cultura de paz en tu familia y comunidad.

Las actividades del proyecto a realizar en esta secuencia son las siguientes:

- Lectura sobre cultura de paz.
- Reflexión sobre la cultura de paz en mi contexto.
- Visibilización de conflictos en mi contexto.
- Mapeo de un conflicto e identificación de formas para resolverlo.

Para distinguir estas actividades, se utiliza el ícono PROYECTO.



# INICIO

**Actividad de inicio.** Recupera tus aprendizajes previos con esta actividad y realiza lo que se te pide.

**a)** Completa las series con el número que falta y responde las preguntas.

3, 6, 9, _____ , 15, 18,...,

- ¿De qué forma encontraste el número faltante?

_____

- ¿Hiciste alguna operación? De ser así, ¿cuál fue?

_____

- ¿Cuál es el número que sigue del 18?

_____

- ¿Qué número sigue en la serie?

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, _____,...,

- ¿De qué forma encontraste el número que sigue?

_____

**b)** Revisa la fórmula y responde las preguntas.

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

- En la fórmula para calcular el área de un triángulo: ¿qué representa la letra A?

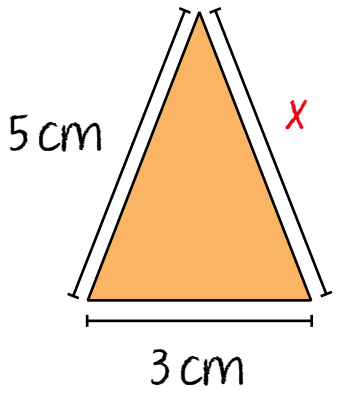
_____

- ¿Qué representan las letras b y h en esa misma fórmula?

_____

- En el siguiente triángulo isósceles, ¿cuánto mide el lado señalado con la letra x?

_____



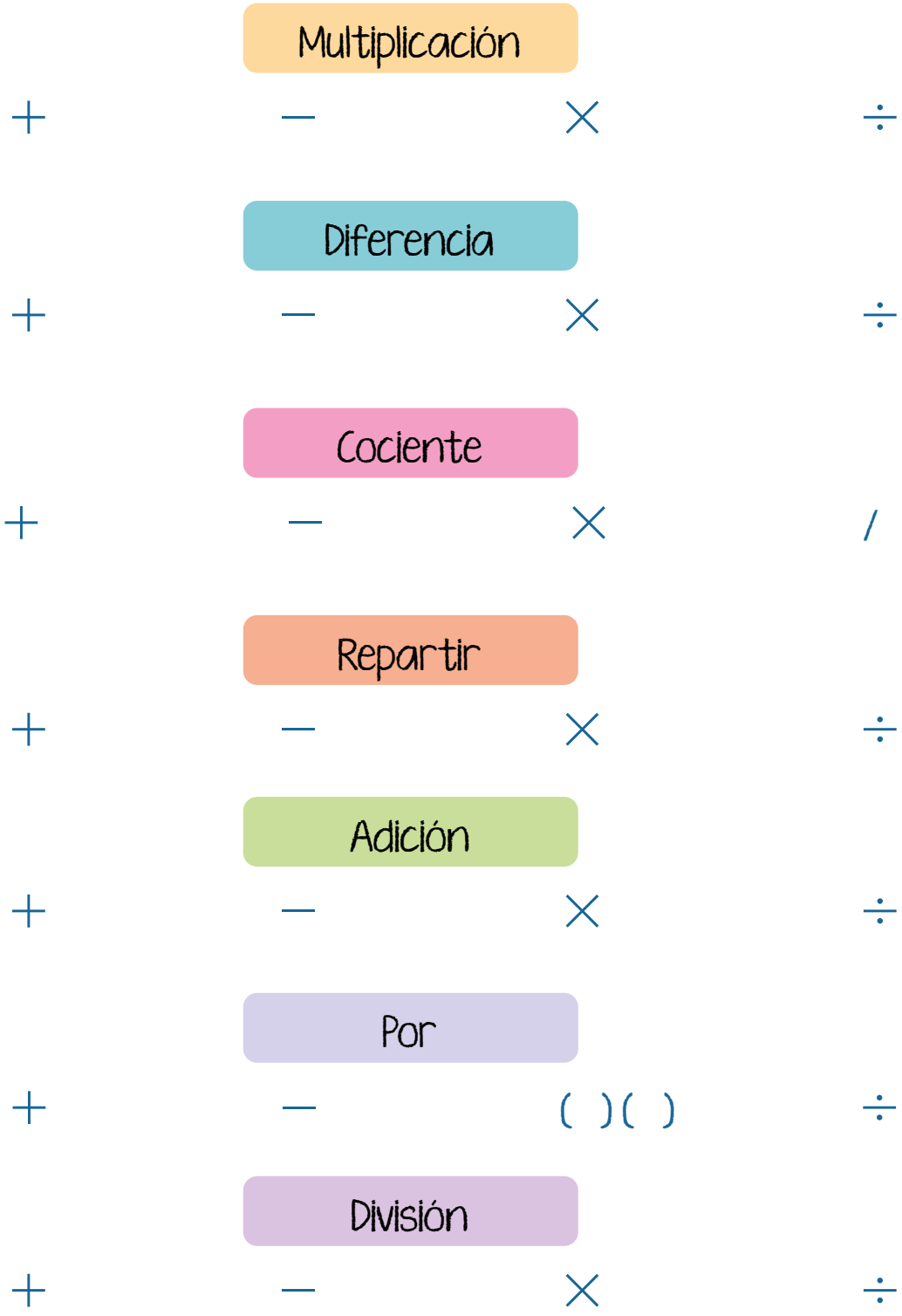

- Explica tu respuesta.

_____

_____

_____

**c)** Encierra en un círculo ◯ el símbolo que haga referencia a la operación que se presenta o que debe realizarse.



Disminuir

$+$ $-$ $\times$ $\div$

Producto

$+$ $-$ $\times$ $\div$

Resta

$+$ $-$ $\times$ $\div$

Quitar

$+$ $-$ $\times$ $\div$

Suma

$+$ $-$ $(\ )(\ )$ $\div$

La mitad

$+$ $-$ $\times$ $\div$

Duplicar

$+$ $-$ $\times$ $\div$

## Tema 1. Lenguaje algebraico

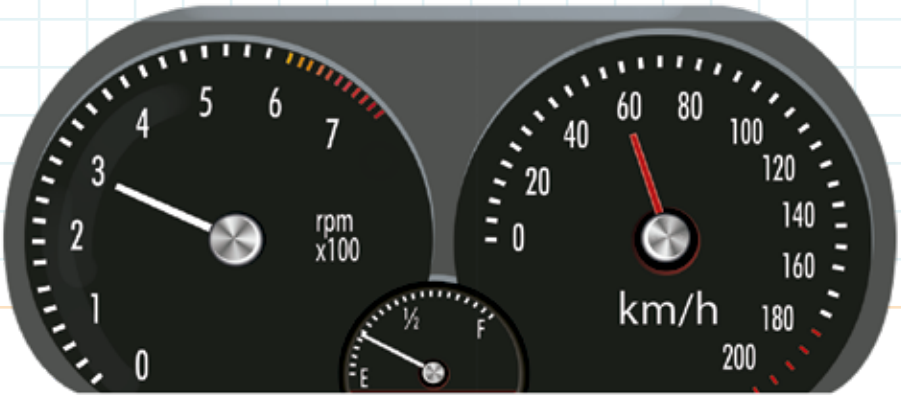
El **lenguaje algebraico** es una forma de escribir operaciones numéricas aunque no se conozcan todos los números que participan en ellas. Por ejemplo, en la suma $x + 12 = 23$, la letra $x$ significa un **número desconocido** que al sumarse con 12 da como resultado 23.

Esta forma de escribir representa las operaciones de forma general y estructurada, para lo cual se utilizan **letras**, las cuales reciben el nombre de **variables** y sirven para reemplazar los valores que no se tienen. Como en el ejemplo anterior, representa cualquier suma de dos números y cada letra a una variable numérica.

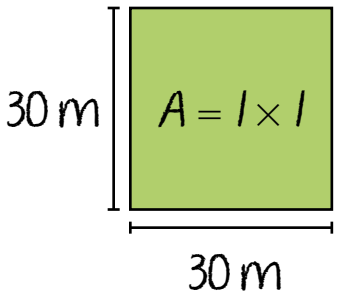
Las **variables numéricas** se utilizan para describir con números situaciones de las cuales no se conoce toda la información sino solo una parte, no se tiene certeza de lo que ocurrirá o se buscan ciertos valores.

### Ejemplo:

Antonia y su familia salieron a carretera en coche para visitar a su mamá. Si hicieron una hora de camino y recorrieron 60 kilómetros, puede calcularse la velocidad promedio.



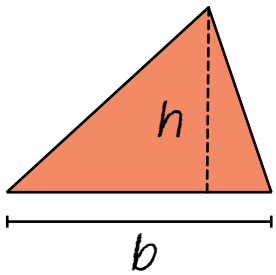
También puede calcularse cuánto mide el lado de un terreno cuadrado, del cual se conoce su área.




En matemáticas, los objetos como símbolos, operaciones o variables, tienen una manera de escribirse. El modo en que se escriben los objetos matemáticos se llama **notación**, y el verbo que se usa para una notación es **denotar**.

Puesto que las variables tienen valores desconocidos se denotan con letras, llamadas **literales**, por ejemplo:

No se conoce la base y la altura de este triángulo; la base se denota por $b$ y la altura por $h$.






Años = $x$

No se sabe cuántos años tiene la abuelita de Jaime, su edad puede denotarse con $x$.



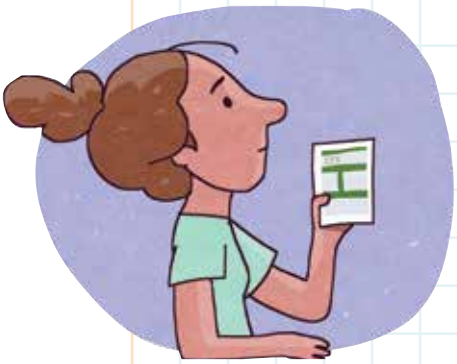
Dinero ganado = $y$

Pedro quiere invertir la mitad del dinero que ganará hoy al vender su maíz, pero no sabe cuánto ganará. Esta cantidad de dinero la denota con $y$.

Este tipo de notación que mezcla literales, números, operaciones y otros objetos matemáticos, se conoce como **lenguaje algebraico**.

Las variables representan números, que son de gran utilidad para hacer operaciones.

## Ejemplos:



El dinero que tendrá Margarita si tiene que pagar $800 de su recibo de luz.

No se sabe cuánto dinero tiene Margarita, esto se simboliza así:

$x$

Cuando Margarita pague, le restará $800 a su cantidad original:

$x - 800$



La edad que tendrá Ramón en tres años.

No se sabe la edad que tiene Ramón ahora, se denota por:

$x$

Cuando pasen tres años, su edad será:

$x + 3$

Juan tendrá el doble de compañeras y compañeros de trabajo el siguiente año.



No se sabe cuántas compañeras y compañeros tiene Juan, así que se denota con:

$x$

El número de compañeras y compañeros de Juan se multiplicará por 2:

$2 \cdot x$

Rosa le comparte la tercera parte de su dinero a su hermana.



No se sabe cuánto dinero tiene Rosa, esto se denota con:

$x$

Rosa dividirá su dinero entre 3.

$$\frac{x}{3}$$

Algunas expresiones pueden tener dos o más variables.

El número de libretas que tienen juntos Edith y Pedro.



No se sabe cuántas libretas tiene Edith ni cuántas tiene Pedro.

El número de libretas de Edith:

$x$

El número de libretas de Pedro:

$y$

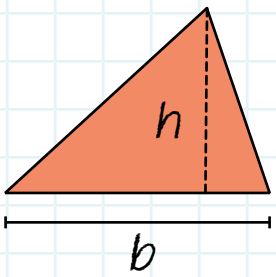
Juntos tienen la suma:

$x + y$

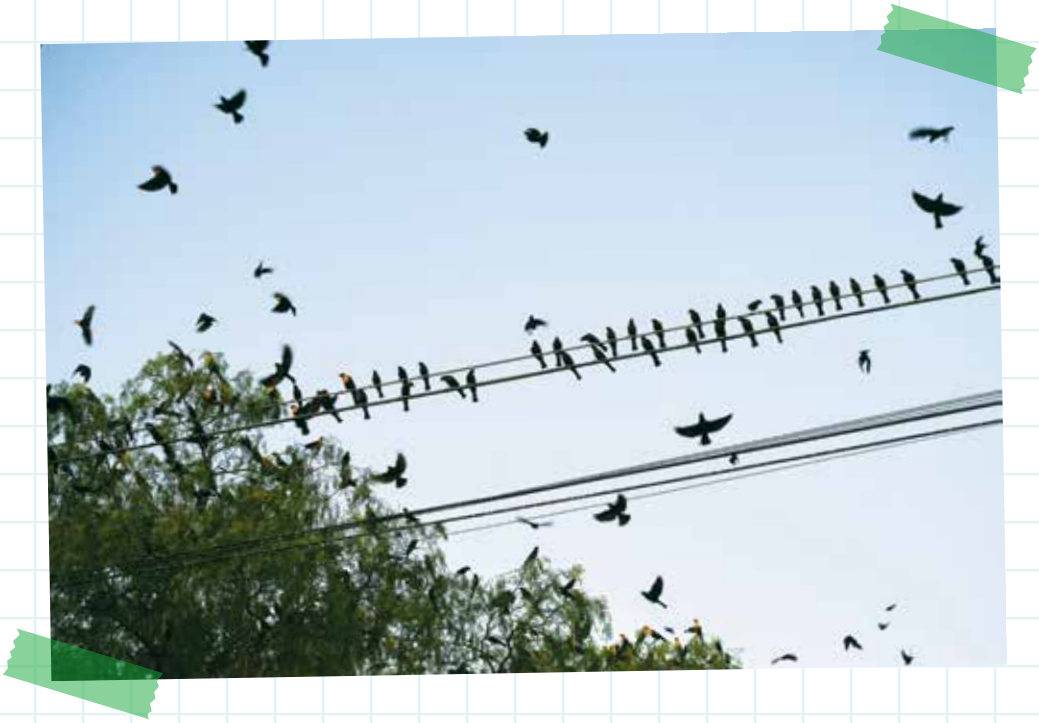
El área de un triángulo.

Todos los triángulos tienen base ($b$) y altura ($h$), pero sus medidas pueden variar; por eso, su fórmula se denota así:

$$A = \frac{b \times h}{2}$$



El número de pájaros que hay sobre los cables, después de que algunos volaron.



No se sabe cuántos pájaros había en los cables antes de que algunos volaran, ni cuántos volaron.

La cantidad inicial de pájaros:

$$x$$

La cantidad de pájaros que volaron:

$$y$$

A la cantidad de pájaros inicial se le resta la cantidad de pájaros que volaron:

$$x - y$$

**Actividad 1.** Repasa lo que aprendiste sobre el lenguaje algebraico. Lee las siguientes situaciones y relaciona cada expresión algebraica con la frase que representa.

Martha tiene varias vacas, pero no sabemos cuántas son.

Número de vacas que tiene Martha = $x$



- Rubén tiene el doble de vacas que Martha.
- Martha tendrá otras dos vacas el próximo mes.
- La tercera parte de las vacas de Martha es de color café.

$x + 2$

$\frac{x}{3}$

$2 \cdot x$



El número de personas en un centro comercial se representa con $x$.

- Diez personas salieron del centro comercial.
- La décima parte de las personas en el centro comercial usan zapatos de color negro.
- El fin de semana habrá 10 veces el número de personas de las que hay ahora en el centro comercial.

$10 \cdot x$

$x - 10$

$\frac{x}{10}$



En una escuela hay $x$ estudiantes y $y$ número de salones.

- Número de estudiantes por salón si se reparten equitativamente.
- Número de profesores y estudiantes, si por cada salón hay un profesor.
- La mitad de los estudiantes hablan una lengua indígena.

$x + y$

$\frac{x}{2}$

$\frac{x}{y}$

## Tema 2. Los monomios

Has aprendido que cuando dos números se multiplican se pueden escribir de las siguientes maneras:

$3 \times 5 \qquad 3 \cdot 5 \qquad 3 * 5 \qquad (3)(5)$

Cuando en una expresión algebraica se quiere indicar que varias literales y números se están multiplicando, es suficiente escribirlos juntos. Por ejemplo:

$$3xyz$$

En el lenguaje algebraico, esta es la forma que se utiliza para multiplicar, junto con los paréntesis.

El signo "$\times$" no se utiliza para indicar multiplicación porque se confunde con la variable que se representa con la letra $x$.

Ya sabes que las expresiones algebraicas son aquellas que combinan literales, números y operaciones.

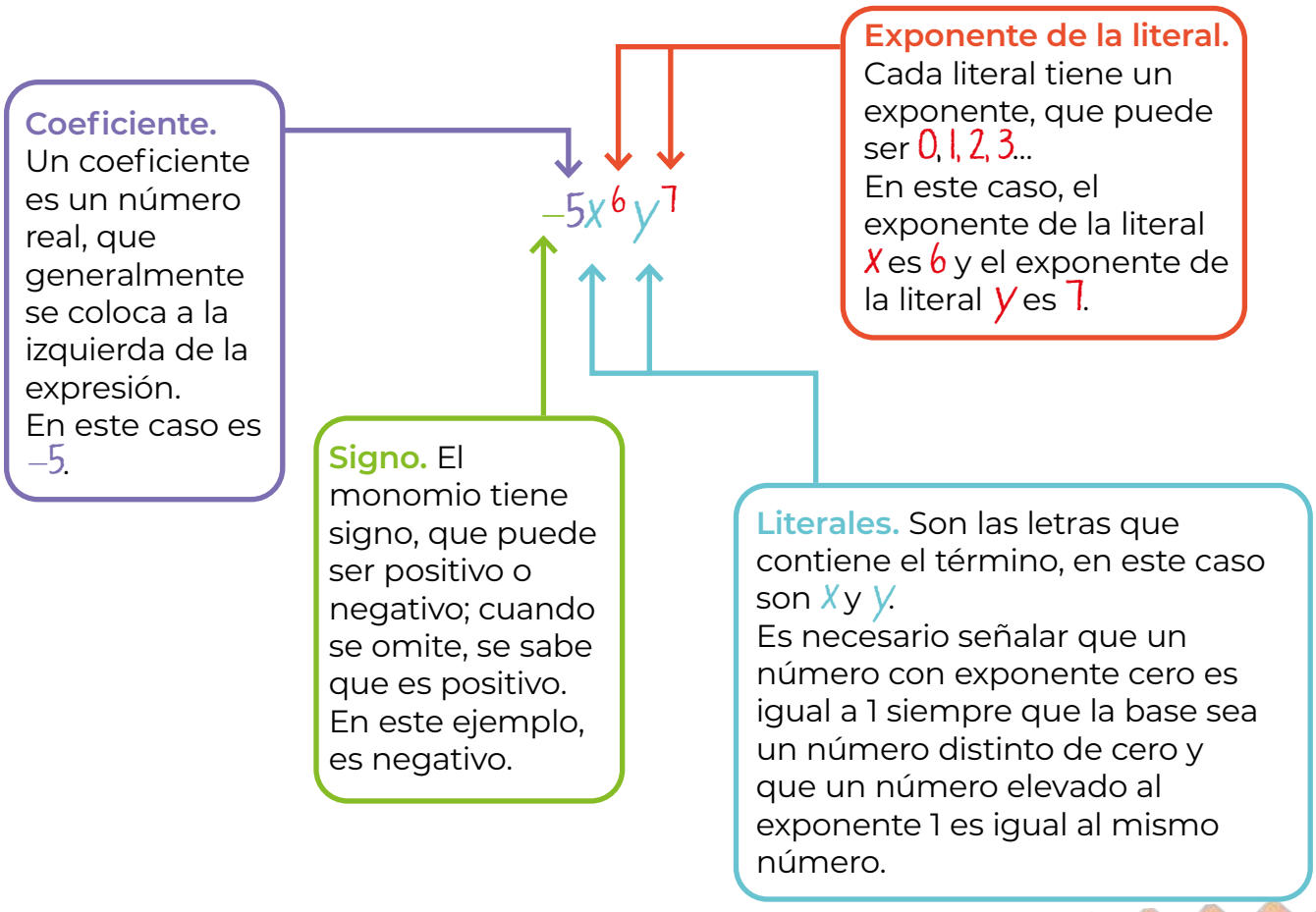
Las expresiones algebraicas se agrupan en **términos** por medio de signos de más (+) y de menos (−). Por ejemplo, la siguiente expresión algebraica tiene **tres términos**, pues hay dos signos "+", separando la expresión en tres partes:

$$\underbrace{x^3}_{\text{Término 1}} + \underbrace{3x^2y^7}_{\text{Término 2}} + \underbrace{y^2}_{\text{Término 3}}$$

Un **monomio** es una expresión algebraica que tiene **un solo término**, como esta:

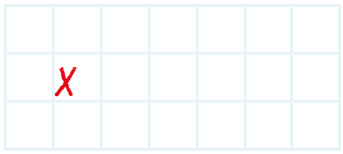
$$-5x^6y^7$$

El término se forma con literales, que a su vez tienen **exponentes** y **grado**. Este último es el valor del exponente al cual se eleva la literal. Observa el esquema.

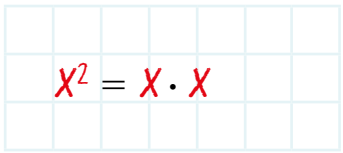


## Grado del monomio

Todo **monomio** tiene un **grado**, que corresponde al **exponente de la literal** o a **la suma de los exponentes de las literales que se están multiplicando**.




Este monomio es de **primer grado o de grado 1**, porque solo hay **una literal** y está elevada a la **potencia 1**.




Este monomio es de **segundo grado o grado 2**, porque su **exponente es 2**.

Los exponentes significan multiplicaciones de un número por sí mismo.

En el monomio: $-5x^6y^7$

Se tienen dos exponentes, 6 y 7, así que **el monomio es de grado 13**, porque $6 + 7 = 13$; es decir, hay 13 literales multiplicándose.

$$-5x^6y^7 = \underbrace{-5x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}_{\text{6 veces}} \cdot \underbrace{y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y}_{\text{7 veces}}$$

Observa la tabla con el desglose de los elementos del monomio siguiente, para que la visualices mejor.

$$8x^3y^2$$

| | | |
|---|---|---|
| Coeficiente | 8 | |
| Signo | Positivo | |
| Literales | $x$ | $y$ |
| Exponente de las literales | 3 | 2 |
| Grado del término | 5 | |

Cualquier **monomio elevado a cero** da como resultado 1:

$$Z^0 = 1$$

En álgebra, cuando el coeficiente es 1 no se escribe, solo se anota la literal, por ejemplo, el siguiente monomio:

$$3x^2yZ^0$$

También se puede escribir como:

$$3x^2y$$

Porque la literal $Z$ tiene exponente cero, por lo tanto:

$$Z^0 = 1$$

**Actividad 2.** Refuerza tus conocimientos acerca de los monomios y haz lo que se te solicita.

**a)** Marca con una paloma ✓ si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F), según corresponda.

| Afirmaciones | V | F |
|---|---|---|
| La siguiente expresión es un monomio: $4xy^3z$ | | |
| El grado del siguiente monomio es 3: $-12y^3z$ | | |
| No es posible conocer el signo de este monomio: $5xy^2z$ | | |
| El signo del siguiente monomio es negativo: $-4xy^3z$ | | |
| El exponente de la literal $x$ de este monomio es 0: $-12$ | | |
| El exponente de la literal $z$ en la siguiente expresión es 0: $-12x^3z$ | | |

**b)** Despliega los exponentes de acuerdo con el ejemplo:

- $3x^2b$ $3 \cdot x \cdot x \cdot b$
- $4x^3y^2z^2$ _____
- $16xy$ _____
- $11x^4y^3z^6$ _____
- $\frac{1}{2}x^3$ _____

## PROYECTO

El proyecto de esta unidad sensibiliza y concientiza acerca de la importancia de la convivencia de acuerdo con la cultura de paz.

Para adentrarte en el tema, te invitamos a leer el siguiente texto.

**Lee en voz alta**

**Comparte la lectura**

### La cultura de paz

Para la **Organización de las Naciones Unidas (ONU)**, la cultura de paz es la suma "de valores, actitudes y comportamientos que rechazan la violencia y previenen los conflictos tratando de atender sus causas para solucionar los problemas mediante el diálogo y la negociación entre las personas, los grupos y las naciones".




**CÓDIGO COMÚN**

**Organización de las Naciones Unidas (ONU):** organización internacional fundada en 1945 con el compromiso de mantener la paz y seguridad mundial. Actualmente 193 países son miembros de este organismo.

**TIC**

Para ampliar el tema de cultura de paz te sugerimos este video en el que se discute el tema de cultura de paz y vida digna, de Indesol, y del cual se extrajo el comunicado de prensa que se utilizó como una de las fuentes para este texto.
https://bit.ly/3h4YkXp

La cultura de paz está basada en el respeto de los derechos humanos: se busca que todos, tanto personas como naciones, interactúen entre sí con base en el diálogo para dar solución a los conflictos y evitar la violencia.

Suele creerse que la cultura de paz solo se aplica en tiempos de guerra, pero no es así: en cualquier situación de convivencia humana debe llegarse a acuerdos entre todos, por medio de la participación activa de las personas involucradas.

Por ello, escuelas, calles y caminos, parques, lugares de trabajo y hogares son espacios donde debe promoverse el diálogo y los acuerdos entre todas las personas involucradas.

La democracia es una parte importante de la cultura de paz porque las decisiones deben construirse de común acuerdo entre las personas involucradas. La violencia tiene que ser eliminada de nuestras vidas y para desarrollar un ambiente de paz y confianza mediante acciones creativas para que todas las personas puedan expresar sus necesidades y buscar juntas la forma de resolverlas.



Estas acciones se dirigen a provocar un cambio de actitudes para promover la integración, la participación, el diálogo, el compromiso y la **empatía**. La manera adecuada para la resolución de conflictos tiene que ser pacífica.

La manera pacífica de hacer frente a los problemas entre las personas debe ser enseñada y practicada como una solución opuesta a la violencia, de forma que puedan desarrollarse valores como el respeto a pensamientos distintos, la tolerancia a las diferencias y la cooperación.

**CÓDIGO COMÚN**

**Empatía:** capacidad de identificarse con otra persona o situación y compartir sentimientos.

**Ámbitos:** espacios o lugares donde una persona vive o se desarrolla.

Te invitamos a promoverla y practicarla en los distintos ámbitos donde participes.



**CONEXIONES**

Conoce más acerca de los derechos humanos en la secuencia 4 de la unidad 1 del módulo *Vida y comunidad 2.*

**Fuentes:** Instituto Nacional de Desarrollo Social, "Discuten sobre cultura de paz y vida digna.", Disponible en http://bit.ly/3h4YkXp (Consulta: 20 de agosto de 2022).
Rojas Bonilla, Elsa, "La cultura de paz y su importancia en el proceso de formación ciudadana en el contexto educativo colombiano". Varona, *Revista Científico-Metodológica*, No. 66, 2018, versión en línea disponible en: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1992-82382018000300021 (Consulta: 20 de agosto de 2022).

**a)** Reflexiona sobre la lectura y después responde estas preguntas:

- ¿En tu familia, colonia o comunidad se dialoga y se toman en cuenta los puntos de vista de todas las personas para tomar una decisión sobre un tema de interés general?

  Sí ☐ No ☐

  ¿Por qué? _____

  _____

  _____

  _____

- Identifica tres situaciones, ya sea en tu familia, comunidad, colonia, grupo de amistades o *Círculo de estudio*, en las que exista un conflicto que pueda ser solucionado mediante la participación colectiva. Escríbelas.

Situación 1

Situación 2

Situación 3

- Selecciona uno de los tres conflictos que analizaron en grupo y anota en cada recuadro lo que se te pide.

Nombre del conflicto: _____

_____

Lugar o lugares donde sucede: _____

### Partes involucradas

(Anota todas las partes y las necesidades, intereses y derechos humanos que se involucran en el conflicto).

### Causas que originaron el conflicto

(Anota las causas que dan origen al conflicto o que lo sostienen).

| Proceso e historia<br>(Haz una lista de los eventos o situaciones). | |
|---|---|
| Que han agravado el conflicto | |
| Que han resuelto el conflicto parcial o totalmente | |

## Tema 3. La suma de monomios

En un monomio, las variables o literales representan números cuyo valor se desconoce en cierto momento, como viste en los ejemplos y ejercicios pasados.

Es posible hacer operaciones con ellas, el resultado contiene tanto números o valores conocidos (coeficiente), como los valores que se desconocen (variables o literales).

**CONEXIONES**

En las secuencias de la unidad 1 del módulo *Pensamiento matemático 5* profundizarás en estos conceptos.

### Simplificación

En estas operaciones no se busca conocer el valor numérico de las variables, sino **simplificar** la expresión algebraica.

Por ejemplo, para sumar $2xy + 3xy$ deben ser **términos semejantes**, es decir,tienen que cumplir con estas dos condiciones:

1. Las literales deben de ser ls mismas.

2. Cada literal debe estar elevada a la misma potencia.

Si no se cumplen estas dos condiciones, la expresión no se puede simplificar. Como en este caso sí se cumplen, es posible hacer la suma:

$$2xy + 3xy = 5xy$$

En matemáticas, simplificar se refiere a reducir una expresión para que quede lo más compacta o pequeña posible.

## Ejemplo:

Simplificar la expresión $2 + 2$ se refiere a hacer la suma y obtener un resultado más compacto, que es $4$.

Simplificar la expresión $x^2 + 2x^2$ se refiere a hacer la suma de monomios y obtener una expresión más sencilla, que es $3x^2$.

**CONEXIONES**

Revisa en la secuencia 2 del módulo *Pensamiento matemático 3* cómo sumar y restar con números positivos y negativos.

## Ley de los signos

Para **sumar** algebraicamente se sigue la **ley de los signos.**

Como en los números reales, si **dos monomios comparten literales y tienen el mismo signo, se suman y al resultado se le agrega dicho signo.**

$$2x^2 + 2x^2 = 4x^2$$

Cuando **los monomios tienen signos diferentes, se restan y al resultado se le pone el signo del término que tiene el coeficiente más grande.**

$$-5x^2 + 3x^2 = -2x^2$$

Para la suma de monomios se siguen dos pasos. Observa la siguiente expresión:

$$(3xyz) + (xyz) =$$

1. **Verifica que las literales y los exponentes sean iguales.** Dos o más monomios solo se pueden sumar si tienen las mismas literales elevadas a los mismos exponentes. En este caso lo presentamos en tabla para que visualices la comparación.

| | Monomio $3xyz$ | Monomio $xyz$ |
|---|---|---|
| Grado de la literal $x$ | 1 | 1 |
| Grado de la literal $y$ | 1 | 1 |
| Grado de la literal $z$ | 1 | 1 |

2. **Suma de términos.** Como todas las literales tienen los mismos exponentes, sí es posible hacer la suma. Para ello se colocan los monomios de forma vertical.

$$(3xyz) + (xyz)$$

$$\begin{array}{rr} & 3\ x\ y\ z \\ + & \ \ x\ y\ z \\ \hline & 4\ x\ y\ z \end{array}$$

Nota que el resultado de la suma tiene las mismas literales con los mismos exponentes de los dos monomios y el coeficiente es la suma de los coeficientes, porque el monomio $xyz$ tiene como coeficiente el número 1, que **no se escribe**.

$$(3xyz) + (xyz) = 4xyz$$

Para **simplificar** la siguiente suma de monomios sigue los pasos que acabamos de revisar.

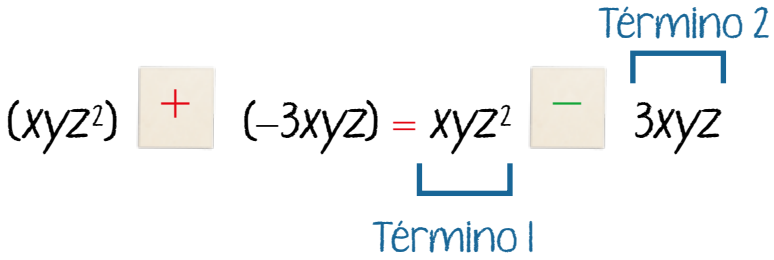
$$(xyz^2) + (-3xyz)$$

**1. Verifica que las literales y los exponentes sean iguales.**

| | Monomio $xyz^2$ | Monomio $-3xyz$ |
|---|---|---|
| Grado de la literal $x$ | 1 | 1 |
| Grado de la literal $y$ | 1 | 1 |
| Grado de la literal $z$ | 2 | 1 |

La literal $z$ tiene exponentes distintos en los monomios.

**2. Suma los términos.**



Como la literal $z$ tiene exponentes distintos en los monomios, no se puede hacer la suma y el resultado es una expresión con dos términos.

En este caso se están sumando una **expresión positiva** con una **negativa,** así que **en el resultado ya no se coloca el signo positivo que está antes del paréntesis**.

La siguiente operación es otro ejemplo de la suma de un monomio positivo con un monomio negativo. Observa los pasos.

## Paso 1

**Simplifica la siguiente suma de monomios:**

$$(xyz^2) + (-10xyz^2)$$

| | Monomio $xyz^2$ | Monomio $-10xyz^2$ |
|---|---|---|
| Grado de la literal $x$ | 1 | 1 |
| Grado de la literal $y$ | 1 | 1 |
| Grado de la literal $z$ | 2 | 2 |

## Paso 2

**Suma los términos.** Como todas las literales tienen los mismos exponentes, se suman los monomios con suma vertical:

$$\begin{array}{rr} & -10xyz^2 \\ + & xyz^2 \\ \hline & -9xyz^2 \end{array}$$

Como en este caso se está sumando un **número negativo** con un **número positivo**, **se restan los coeficientes** y se coloca en el resultado el **signo del mayor**.

Nota que el resultado de la suma tiene las mismas literales con los mismos exponentes de los dos monomios, y el coeficiente es la suma de los coeficientes.

**Actividad 3.** Practica la suma de monomios y subraya el resultado correcto de cada suma.

**a)** $(x^2) + (3x^2) =$

$x^2 + 3x^2$ $\quad$ $4x^2$ $\quad$ $4x^4$

**b)** $(x^2y) + (xy^2) =$

$2x^2y$ $\quad$ $x^2y + xy^2$ $\quad$ $2xy^2$

**c)** $(x^2y) + (6x^2y) =$

$7x^4y^2$ $\quad$ $7x^2y$ $\quad$ $x^2y + 6x^2y$

**d)** $(xyz) + (-xyz) =$

0 $xyz$ $x^2y^2z^2$

**e)** $(2x^3yz) + (-5x^3y) =$

$2x^3yz - 5x^3y$ $-3x^2yz$ $-3x^3yz$

**f)** $(8xy^2z) + (-15xyz) =$

$-7xy^2z$ $-7xyz$ $8xy^2z - 15xyz$

## Tema 4. La resta de monomios

Observa cómo se simplifica la siguiente resta de monomios.

$$(10xyz) - (6xyz)$$

### Paso 1

Verifica que las literales sean iguales y tengan los mismos exponentes en ambos monomios.

| | Monomio $10xyz$ | Monomio $6xyz$ |
|---|---|---|
| Grado de la literal $x$ | 1 | 1 |
| Grado de la literal $y$ | 1 | 1 |
| Grado de la literal $z$ | 1 | 1 |

### Paso 2

Como todas las literales tienen los mismos exponentes, se restan los monomios con resta vertical.

Nota que el resultado de la resta tiene las mismas literales con los mismos exponentes de los dos monomios y el coeficiente es la resta de los coeficientes.

$$\begin{array}{rr} & 10xyz \\ - & 6xyz \\ \hline & 4xyz \end{array}$$




También hay ocasiones en que debe **restarse un número negativo a otro positivo**.

Para resolver esta operación, se cambia la resta por una suma y el signo del término que se resta se cambia por su inverso aditivo: es decir, si es positivo se convierte a negativo, y si es negativo, se convierte a positivo:

$9 - (-2) =$ ← Se cambia la resta por la suma.

Se cambia el signo, en este caso es negativo y se cambia a positivo.

$9 + 2 =$ ← Se realiza la suma.

Observa cómo se simplifica la siguiente resta de monomios.

$$(15xyz^2) - (-3xy)$$

## Paso 1

Verifica que las literales sean iguales y tengan los mismos exponentes en ambos monomios.

| | Monomio $15xyz^2$ | Monomio $-3xy$ |
|---|---|---|
| Grado de la literal $x$ | 1 | 1 |
| Grado de la literal $y$ | 1 | 1 |
| Grado de la literal $z$ | 2 | 0 |

$$(15xyz^2) - (-3xy)$$

**CONEXIONES**

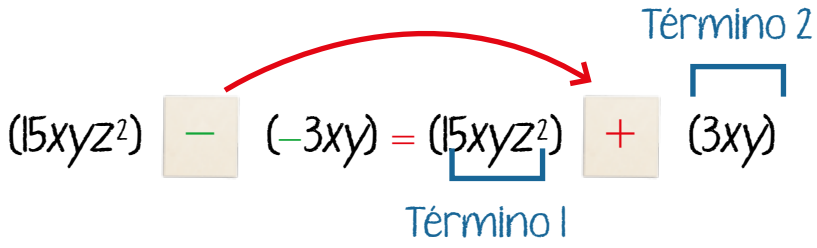
Si tienes dudas acerca de cómo hacer esta operación con dos signos negativos y paréntesis, te sugerimos consultar la secuencia 2 del módulo *Pensamiento matemático 3*.

**CONEXIONES**

La ley de los signos de la multiplicación y la división son herramientas básicas en álgebra. Procura comprenderlas y usar distintas estrategias para estudiarlas y consultarlas, principalmente en las cuatro secuencias de esta unidad del módulo Pensamiento matemático 4 y en las secuencias de las unidades 1 y 2 del módulo Pensamiento matemático 5.

Como en un monomio aparece la literal $Z$ y en el otro no, la expresión no se puede reducir y solo se hace la operación de los signos.

Nota que el resultado de la resta tiene las mismas literales con los mismos exponentes de los dos monomios, pero se están sumando en lugar de restarse.




Cuando tienes dos signos juntos, pero separados por paréntesis, también se simplifican como se indicó.

Como en este caso **hay dos signos negativos**, en el resultado se convierten en **positivo**.

**TIC**

Para profundizar en las sumas y restas de monomios, te sugerimos el video siguiente: https://bit.ly/3R21lUI

**Actividad 4**. Repasa lo aprendido y marca con una paloma ✓el resultado de cada operación.

**a)** $(3x^2) - (x^2) =$

| | | |
|---|---|---|
| $2x^2$ | $3x^2 - 3x^2$ | $2x$ |

**b)** $(10x^2y) - (20xy^2) =$

| | | |
|---|---|---|
| $30x^2y$ | $10x^2y - 20xy^2$ | $30xy^2$ |

**c)** $(10x^2y) - (7x^2y) =$

- $3x^3y^2$
- $3x^2y$
- $10x^2y - 7x^2y$

**d)** $(4xyz) - (4xyz) =$

- $0$
- $8xyz$
- $0x^2y^2z^2 - 4xyz$

**e)** $(2x^3yz) - (-5x^3y) =$

- $2x^3yz + 5x^3y$
- $3x^2yz$
- $3x^3yz$

**f)** $(-8xy^2z) - (15xyz) =$

- $7xy^2z$
- $7xyz$
- $-8xy^2z - 15xyz$

**g)** $(20x^2y) - (-15x^2y) =$

- $5x^2y$
- $-5x^2y$
- $35x^2y$

**h)** $(-3x^2y^2z) - (-20x^2y^2z) =$

- $17x^2y^2z$
- $-23x^2y^2z$
- $23x^2y^2z$

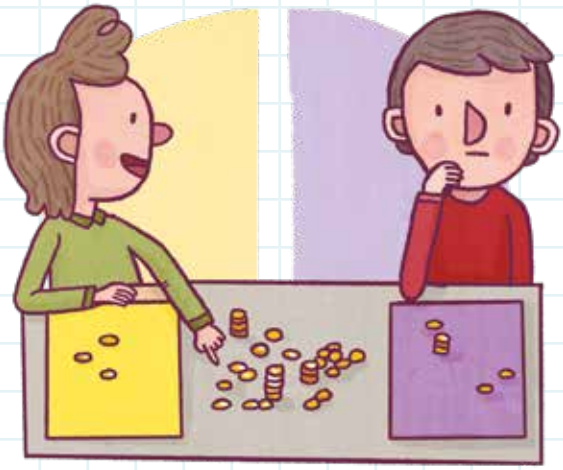
# CIERRE

En esta secuencia conociste el lenguaje algebraico, qué son los monomios y cómo hacer sumas y restas con ellos; diste un salto al mundo del álgebra lo que favorecerá tu pensamiento analítico y que te adentres en otras áreas del conocimiento.

**Actividad de cierre**. **Pon a prueba tus conocimientos sobre monomios con las actividades siguientes.**

**a)** Lee la situación, observa el dibujo y plantea el monomio que corresponda. Sigue el ejemplo.

Efraín tenía $x$ monedas y le dio la mitad a su hermano.



La cantidad de monedas que Efraín le dio a su hermano:

$$\frac{x}{2}$$

María prepara $x$ cantidad de tamales cada día para vender. Hoy vendió la tercera parte de los tamales.



La tercera parte de los tamales se expresa así:

Jesús compró tres libros y ya tenía algunos.



El total de libros que tiene Jesús ahora es:

**b)** Relaciona las columnas siguientes de acuerdo con la información del monomio $5x^2y$. Escribe en el paréntesis el número que corresponde.

**1.** Es una literal del monomio. ( ) 3

**2.** Es el grado del monomio. ( ) 5

**3.** Es el coeficiente del monomio. ( ) 2

**4.** Es un exponente del monomio. ( ) $x$

**c)** Realiza las siguientes sumas y restas de monomios.

- $5x^3y^4 + 6x^3y^4 =$
- $x^2 + 2x^2 =$
- $10x + 5 =$
- $5yz + 2yx + yx =$
- $4x^2 + x^2 =$
- $8a - 4a =$

- $3x^2 - (-x^2) =$
- $10x - 5x + 9 =$
- $12x^2y - 3x^2 =$
- $x^2y - x^2y =$

**d)** Reflexiona sobre cómo estos conocimientos pueden servirte para desarrollar tu pensamiento analítico.



## PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

| Actividades | Sí |
|---|---|
| Leí el texto sobre cultura de paz. | |
| Reflexioné sobre la cultura de paz en mi contexto. | |
| Visibilicé tres conflictos en mi contexto. | |
| Hice el mapeo de un conflicto y anoté posibles soluciones. | |



Secuencia

2

# *Multiplicación y división de monomios*

En esta secuencia aprenderás a representar la multiplicación y la división en el álgebra, comprenderás el proceso para realizar estas operaciones con monomios, las resolverás y trabajarás con la ley de los signos.

**PROYECTO**

Darás continuidad al proyecto *Construimos acuerdos para la convivencia pacífica*, con las siguientes actividades:

- Programación de una segunda reunión para la revisión del mapeo de un conflicto y elección de posibles soluciones por consenso.
- Obtención de los monomios que expresan las medidas de la plantilla para construir el prisma cuadrangular que servirá de urna.

Con el ícono **PROYECTO** distinguimos las actividades del proyecto.



# INICIO

**Actividad de inicio.** Recupera tus conocimientos previos y completa las frases subrayando la respuesta correcta.

**1.** Las variables se denotan con letras, llamadas también:

- Literales
- Coeficientes
- Exponentes

**2.** En el monomio $-2x$, el número $-2$ recibe el nombre de:

- Exponente
- Literal
- Coeficiente

**3.** En el monomio $5y^3$, la "$y$" recibe el nombre de:

- Coeficiente
- Exponente
- Literal

**4.** En el monomio $8a^6$, el número 6 es el:

- Exponente
- Coeficiente
- Literal

**5.** El monomio $7b^4$ tiene signo:

- Negativo
- Positivo
- Neutro

**6.** El monomio $-19xy^{10}$ tiene dos:

- Literales
- Números
- Exponentes

**7.** El monomio $-10c^8$ tiene signo:

- Negativo
- Positivo
- Neutro

**8.** En el álgebra, las letras representan:

- Números
- Palabras
- Signos

## Tema 1. Multiplicaciones y divisiones algebraicas

En álgebra no se utiliza el signo para multiplicar (×) porque se confunde con una letra equis (*X*). Para indicar que varias literales y números se están multiplicando, es suficiente escribirlos juntos:

$$3xyz$$

Otra forma de representar la multiplicación algebraica es colocar los elementos dentro de **paréntesis**. Así, la expresión: $4(8x^2)$ significa que el 4 está multiplicando al monomio $8x^2$.

Ejemplos:

$$(5y)(8x^2)$$

$$(2xy)(22x^2y^6z^4)$$

$$(3xy^2z^3)(22x^2y^3z^2)(10t^2x^5y^4z)$$

En el caso de la división, en álgebra hay tres formas comunes para denotarla.

1. **Como un número racional.**

$$\frac{-10x}{5x}$$

En este ejemplo, el monomio $-10x$ se está dividiendo entre el monomio $5x$.

**2. Con un exponente negativo:**

$$4a^{-5}$$

$$4a^{-5} = \frac{4}{a^5}$$

**3. Con la *casita* de la división.** Para indicar que el monomio $4ab^2$ se está dividiendo entre el monomio $ab$:

$$ab\overline{)4ab^2}$$

**Actividad 1.** Subraya la respuesta correcta.

**1.** La expresión algebraica que representa una multiplicación.

$(6b) + (4b)$ $\quad \frac{4b}{6b}$ $\quad (8m)(3m)(2n)$

**2.** Representa la división del monomio $4b$ entre el monomio $6b$.

$\frac{6b}{4b}$ $\quad \frac{4b}{6b}$ $\quad \frac{-4b}{6b}$

**3.** Representa la división del monomio $10x^3$ entre el monomio $5x$.

$\frac{10x^3}{5x}$ $\quad \frac{10x}{5x}$ $\quad \frac{-10x^3}{5x}$

**4.** Representa la división del monomio $-y^5$ entre el monomio $-15y^2$.

$\frac{-y^5}{-15y^2}$ $\quad \frac{-y^5}{15y^2}$ $\quad \frac{y^5}{-15y^2}$

## PROYECTO

Es momento de retomar el proyecto de la unidad.

**a)** Organiza una reunión con las personas que participan en el proyecto y retoma el mapeo del conflicto y las posibles soluciones que describieron en la secuencia 1.

**b)** En caso de que la reunión sea con personas de tu comunidad o colonia, invita también a personas que sean líderes, representantes locales, responsables de manzana, con el fin de dar confiabilidad y validez a la reunión.



**c)** Si es con miembros de tu familia o con amistades, procura que todas las personas que están relacionadas con el conflicto se encuentren presentes.

**d)** Mediante la participación colectiva, promueve el diálogo respetuoso, la escucha activa, la toma de decisiones por consenso para establecer acuerdos y favorecer la cultura de paz.

- Da opciones de posibles fechas para llevar a cabo el consenso.

**CONEXIONES**

Profundiza sobre el tema del consenso y revisa el mapeo del conflicto en la secuencia 4 del módulo *Vida y comunidad 2*.

- Prepara el lugar de reunión y los materiales que se requieren, entre ellos un formato para registrar acuerdos y una urna para recabar propuestas de participantes; en páginas siguientes encontrarás indicaciones para hacer la urna.

**Acta de asamblea**

Reunión del día _____del mes _____ del año _____
Lugar de reunión: _____
Conflicto a resolver: _____
_____

Asistentes:

_____
_____
_____
_____
_____
_____

Principales acuerdos:

_____
_____
_____
_____
_____
_____

Fecha propuesta para la segunda reunión: _____
Lugar: _____
Hora: _____

## Tema 2. La multiplicación de monomios

A diferencia de la suma y la resta de monomios, en las que los monomios deben ser términos semejantes (con literales y exponentes iguales), **para multiplicar dos monomios no importa si no tienen la misma parte literal**, primero se multiplican los signos, después los coeficientes y al final las literales. Por ejemplo, si se tiene:

$$(-4x^2y)\,(6x^3)$$

1. **Primero se multiplican los signos.**
   Aquí es muy importante que recuerdes la ley de los signos para la multiplicación.

**Ley de los signos para la multiplicación**

$(+)(+) = +$
$(-)(-) = +$

$(+)(-) = -$
$(-)(+) = -$

Siguiendo esta ley tenemos que el signo negativo del primer monomio por el signo positivo del segundo monomio es igual al signo negativo:

$$(-4x^2y)\,(6x^3)$$

2. **Después se multiplican los coeficientes**. En nuestro ejemplo, 4 por 6: $4 \times 6 = 24$.

$$(-4x^2y)(6x^3) = -24$$

3. **Y al final se multiplican las literales.** Cuando se multiplican dos literales que son iguales, se suman sus exponentes. Las literales que no tienen otra idéntica con la cual multiplicarse pasan con el mismo exponente al resultado.

   En el ejemplo, se tiene $x^2$ en el primer monomio y $x^3$ en el segundo, por lo que se suman sus exponentes, ya que ambas literales son la letra $x$. Además, como $y$ solo aparece en el primer monomio, pasa igual al resultado.

$$(-4x^2y)(6x^3) = -24x^{2+3}y = -24x^5y$$

$$(-4x^2y)(6x^3) = -24x^5y$$

Analiza otro ejemplo:

$$(-10a^5b^2c)(-a^2bc^3) =$$

Se multiplican primero los signos: como ambos son negativos, por la ley de los signos el resultado será positivo, por lo que no se escribe.

Después se multiplican los coeficientes, en este caso 10 por 1, lo cual es igual a 10:

$$(-10a^5b^2c)(-a^2bc^3) = 10$$

Luego se hace la multiplicación de las literales con sus exponentes, una por una: se multiplica primero la a, después la *b* y luego la *c*, y se suman los exponentes. Ese es el resultado.

$$(-10a^5b^2c)(-a^2bc^3) = 10a^{5+2}b^{2+1}c^{1+3} = 10a^7b^3c^4$$

Así es como se hace la multiplicación de monomios.

**Actividad 2.** Resuelve las siguientes multiplicaciones.

**a)** $(6a)(-5a) =$

**b)** $(-y)(-5xy) =$

**c)** $4ab(-4ab^2) =$

**d)** $(12xyz)(2xz) =$

**e)** $(-5m^5n^2)(-2mn) =$

Lee en voz alta

Comparte la lectura

LA MATEMÁTICA ▪ REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA

# El trabajo matemático y la astronomía en México

**CÓDIGO COMÚN**

**Astros:** cuerpos celestes como la Luna, las estrellas, los planetas, etc.

**Cosmos:** universo, espacio exterior a nuestro planeta.

Las matemáticas y el álgebra se aplican en prácticamente todas las ciencias que ha desarrollado la humanidad. Un ejemplo es la astronomía, ciencia que estudia los **astros**, la relación que guardan entre ellos y el **cosmos**.

Durante los siglos XVIII y XIX el tema de la medición entre planetas fue un problema que se trató de resolver, pues no había una medida terrestre que abarcara los millones de kilómetros entre uno y otro cuerpo celeste. Fue así como se creó la **unidad astronómica**, que es el equivalente a la distancia Sol-Tierra.



**REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA ▪ LA MATEMÁTICA ▪**

Como no se podía viajar al centro del Sol para desde ahí medir la distancia hasta la Tierra (ahora tampoco es posible), los cálculos debían obtenerse por medios indirectos, como medir y comparar los planetas y astros entre sí.

Al astrónomo Edmund Halley (si has escuchado hablar del cometa Halley, se llama así porque fue él quien demostró que pasa por nuestro sistema solar cada 76 años) se le ocurrió hacer el cálculo siguiendo el paso de Venus por delante del Sol, con la mayor cantidad posible de observadores en diferentes partes del planeta.

Esto brindaría puntos de vista un poco diferentes que, al compararlos, darían idea de cómo una persona en el centro del Sol vería el radio de la Tierra. Teniendo este radio, mediante operaciones que involucran el estudio de triángulos, podrían calcular la distancia Sol-Tierra.

**CONEXIONES**

En la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 5* profundizarás en el estudio del triángulo.

México participó en este estudio con una comisión que viajó a Japón, formada por cinco ingenieros mexicanos: Francisco Díaz Covarrubias, Francisco Jiménez, Manuel Fernández Leal, Agustín Barroso y Francisco Bulnes. **Fue el primer viaje científico de mexicanos al extranjero.**



Francisco Díaz Covarrubias

Su trabajo tuvo éxito, fue la primera comisión en entregar su trabajo, mismo que recibió elogios por su calidad. Díaz Covarrubias había desarrollado un método propio para hacer sus mediciones, conocido como el método mexicano, que fue bien aceptado por los otros observadores y se tradujo al japonés para ser enseñado en el Colegio de Ciencias de Tokio.

Como puedes ver, en la historia de México hay episodios interesantes acerca de la participación en actividades científicas.

**Fuentes:** Moreno Corral, Marco Arturo, *Odisea 1874 o el primer viaje internacional de científicos mexicanos*, SEP, FCE, Conacyt, 2003.

Moreno Corral, Marco A. y Torres Castilleja, Silvia (escritores y compiladores), "Historia", en *Instituto de Astronomía de la UNAM* (página web), disponible en: http://bit.ly/3hbqujy (Consulta: 21 de agosto de 2020).

## Tema 3. La división de monomios

Para dividir dos monomios, primero se dividen los signos, después los coeficientes y al final las literales. Por ejemplo, para dividir:

$$\frac{45x^2}{-9x}$$

1. **Primero se dividen los signos.** La ley de los signos de la multiplicación aplica también a la división: signos iguales, ya sea positivos o negativos, quedan positivos, y signos distintos dan un resultado negativo.

**Ley de los signos para la división**

$$\frac{+}{+} = +$$

$$\frac{-}{+} = -$$

$$\frac{-}{-} = +$$

$$\frac{+}{-} = -$$

De esta forma, el signo positivo (+) del numerador entre el signo negativo (−) del denominador dan como resultado el signo negativo (−):

$$\frac{45x^2}{-9x} = -$$

2. **Después se dividen los coeficientes.** En nuestro ejemplo, $45 \div 9 = 5$:

$$\frac{45x^2}{-9x} = -5$$

3. **Y al final se dividen las literales.** Cuando se dividen dos literales que son la misma letra, sus exponentes se restan. Las literales que no tienen otra idéntica con la cual dividirse pasan con el mismo exponente al resultado.

**TIC**

Practica más divisiones de monomios en el siguiente enlace.
https://bit.ly/3xF9UOo

En el ejemplo, se tiene $x^2$ en el numerador y $x$ en el denominador, por lo que se restan sus exponentes, ya que ambas literales son la letra equis ($x$).

$$\frac{45x^2}{-9x} = -5x^{2-1} = -5x^1 = -5x$$

El exponente de la $x$ es igual a 1, por lo tanto, no se escribe.

**Actividad 3.** Resuelve las siguientes divisiones de monomios.

1. $\frac{-20mn^6}{10mn^5} =$

2. $\frac{-8x^3y^2}{2x^2y^2} =$

3. $\frac{63b^5}{9b^2} =$

4. $\frac{49c^8d^9}{7c^3d^5} =$

5. $\frac{-24a^4}{8a^2} =$

## PROYECTO

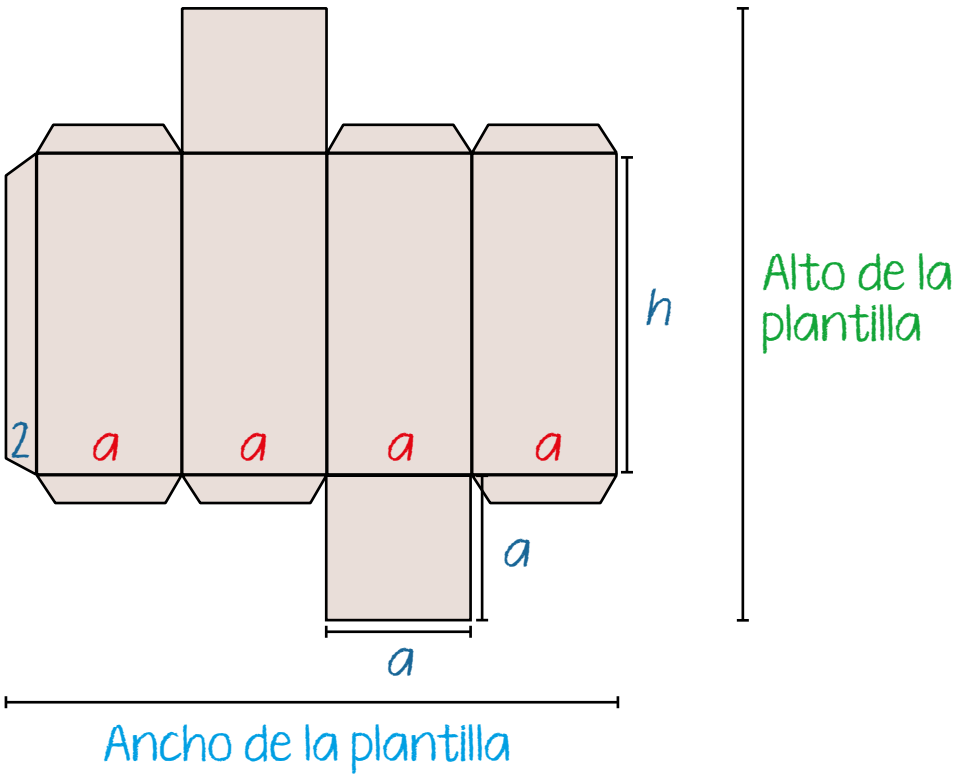
**a)** Prepara una urna para recabar las propuestas con posibles alternativas para solucionar el conflicto identificado.

- Puedes utilizar una caja de cartón grande o un pliego de papel cartoncillo, la condición es que no sea tan gruesa que no puedas doblarla, o tan delgada que no pueda conservar su forma.
- La urna tendrá la forma de un prisma cuadrangular y tú elegirás el tamaño en función de las personas que participen.
- Como su tamaño puede cambiar, es una variable, así que habrá que representar sus medidas con literales.

**CONEXIONES**

En la secuencia 6 del módulo *Pensamiento matemático 3* puedes repasar las características de los prismas rectangulares e incluso la forma de construirlos.

**b)** La plantilla que proponemos es la siguiente:



- Revisa la plantilla y haz lo que se indica.

1. Para obtener el monomio que representa la medida del ancho que tendrá la urna cuenta todas las literales $a$ que forman el ancho de la plantilla y que están indicadas en color rojo. Anótalas como suma.

   - No vayas a considerar las tres que formarán la base del prisma.

2. Simplifica la suma planteando una multiplicación. Escríbela. Súmale 2 para considerar un par de centímetros para la pestaña.

¡Ya tienes el primer monomio para representar las medidas del prisma!

3. ¿Qué medidas son necesarias para calcular la altura del cartón que necesitarás?

**4.** Si la altura del prisma es $h$, ¿cuántas $a$ se le deben sumar para calcular la altura de la plantilla?

**5.** Simplifica la suma de las dos $a$ mediante una multiplicación.

**6.** ¿Qué suma de monomios expresa la altura de la plantilla?

¡Ya tienes los monomios del largo y del ancho de la plantilla para calcular el papel necesario para construir tu urna!

# CIERRE

En esta secuencia  aprendiste a representar la multiplicación y la división en el álgebra, comprendiste el proceso para realizar estas operaciones con monomios, resolviste operaciones y trabajaste con la ley de los signos.

**Actividad de cierre.** Refuerza lo aprendido y haz lo que se indica.

**a)** Responde las preguntas siguientes:

**1.** ¿Cuál es el resultado de multiplicar un signo negativo por un signo positivo?

_____

_____

**2.** ¿Qué operación se aplica a los exponentes en una multiplicación algebraica?

_____

_____

**3.** ¿Cuál es el resultado de dividir un signo negativo entre otro signo negativo?

_____

_____

**4.** ¿Qué operación se aplica a los exponentes en una división algebraica?

_____

_____

**5.** ¿Cuál es el resultado de dividir $m^3$ entre $m$?

**b)** Encierra en un círculo ◯ las operaciones cuyo resultado es correcto.

- $\frac{-55y^8}{11y^6} = -5y^2$
- $(-m^2n)(40m^4n^5) = 40m^6n^6$
- $\frac{xy^2}{xy} = 2x^2y$
- $(-8x^9y)(-9x^3y^8) = 72x^{12}y^9$
- $(2a^7)(-7a^3b) = -14a^{10}b$

## PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

| Actividades | Sí |
|---|---|
| Programé una segunda reunión para revisar el mapa del conflicto y elegir las posibles propuestas por consenso. | |
| Obtuve los monomios que expresan las medidas de la plantilla para construir el prisma cuadrangular que servirá de urna. | |



Secuencia

3

# *Sumas y restas de polinomios*

En esta secuencia reconocerás los polinomios, su clasificación y cómo se suman y restan.




De igual forma, continuarás con el proyecto *Construimos acuerdos para la convivencia pacífica*, ahora con las siguientes actividades:

- Planteamiento del polinomio que define el área de la plantilla.
- Selección de las medidas de la urna y cálculo de la cantidad de cartoncillo o cartón necesarios para hacerla.
- Cálculo del volumen de la urna para su elaboración.
- Reunión programada para elegir por consenso las posibles soluciones al conflicto.

Para identificar las actividades del proyecto, utilizamos el ícono 

.



# INICIO

**Actividad de inicio.** Recupera tus conocimientos previos sobre el lenguaje algebraico.

**a)** Relaciona con una línea el enunciado con su respectiva expresión algebraica.

- La diferencia (resta) de dos números cualquiera.
- El cociente (división) de dos números cualquiera.
- La mitad de un número cualquiera.
- La tercera parte de un número cualquiera.
- El doble de un número cualquiera más 2.
- Un número cualquiera más 1.

$2x + 2$

$\frac{x}{3}$

$x + 1$

$\frac{x}{2}$

$\frac{x}{y}$

$y - x$

**b)** Relaciona con una línea la expresión algebraica con su resultado.

- $(4x^2y) + (8x^2) =$
- $30x^2y^2z - (-5x^2y^2z) =$
- $(12x^2yz^2) - (8x^2yz^2) =$
- $(21x^2y^2) + (-7x^2y^2) =$
- $2x - 2 =$

$4x^2yz^2$

$14x^2y^2$

$2x - 2$

$35x^2y^2z$

$4x^2y + 8x^2$

## Tema 1. Los polinomios y su clasificación

Recuerda que una **expresión algebraica** es aquella que combina **letras** (literales, variables o incógnitas) con **números** y **operaciones matemáticas**.

**Cada expresión algebraica se llama monomio** o término. Uno o más monomios o términos pueden unirse con un signo de suma (+) o de resta (–).

$$x^2 + 3xy^2 - y^2$$

Término 1 | Término 2 | Término 3

Las expresiones algebraicas adquieren su nombre de acuerdo con el número de términos que tienen. Así, un **monomio** está formado por un solo término o expresión algebraica, mientras que un **polinomio** está formado por un conjunto de dos o más monomios.

Cuando el **polinomio** tiene dos términos recibe el nombre de **binomio**, cuando tiene tres: **trinomio** y, con cuatro: **cuatrinomio** y a partir de este caso, podemos simplemente llamarlo **polinomio**. Mira el siguiente cuadro:

| Número de términos | Nombre | Ejemplo |
|---|---|---|
| 1 término | Monomio | $3x^5y$ |
| 2 téminos | Binomio | $3ab + a$ |
| 3 términos | Trinomio | $3d + 6e - 5$ |
| 4 o más términos | Polinomio | $3m^5 - 6mn + 3n + 6$ |

**CONEXIONES**

Revisa la secuencia 1 de esta unidad y módulo para recordar el tema de las expresiones algebraicas.

## Características de un polinomio

Como el polinomio se integra por monomios, comparte sus características. Por lo tanto, contiene:

**CONEXIONES**

El grado del polinomio es distinto del grado del monomio. Mientras el grado del monomio es la suma de sus exponentes, el del polinomio corresponde al exponente más grande que tenga. Revisa el grado de un monomio en la secuencia 1 de esta unidad y módulo.

- Literales, y cada literal está elevada a un exponente.
- Coeficientes, que son los números que acompañan a las letras.
- Signos de operaciones más (+) o menos (−), que enlazan los monomios o términos que los conforman.
- Término independiente, es el número que no se acompaña de alguna literal.
- Grado del polinomio, es igual al exponente más grande que tenga cualquiera de las literales o la mayor suma de los exponentes de sus variables en los distintos terminos. Por ejemplo, el siguiente polinomio:

$$3x^5 + 5x^2y + xy^3 + 6y^4 + 8$$

- Está formado por 5 términos: 4 expresiones algebraicas y 1 término independiente.
- El grado del polinomio es 5.
- Porque su exponente más grande es el número 5.

**Actividad 1.** Repasa lo que has aprendido sobre los polinomios y su clasificación.

**a)** Subraya el nombre que le corresponde a cada expresión algebraica, según el número de sus términos.

- $x^2 + 2x + 2$

  Binomio  Trinomio

- $ab + 1$

  Binomio  Trinomio

- $xy^2z + 20xy^4z + 9xy^2z + 2xz + 30$

  Binomio  Polinomio

- $x^5yzw^2 + xy^4 + 2w$

  Binomio  Trinomio

- $-10x^5yz^2$

  Monomio  Trinomio

**b)** Escribe el grado de los siguientes polinomios.

**1.** $4x^4 + 3x^3 - 5x^2$  Grado: _____

**2.** $3x^2 + 12$  Grado: _____

**3.** $x^2y^3z^5 + 12z$  Grado: _____

**4.** $a + b$  Grado: _____

**5.** $\frac{m^3}{m} + \frac{2m^4}{m}$  Grado: _____

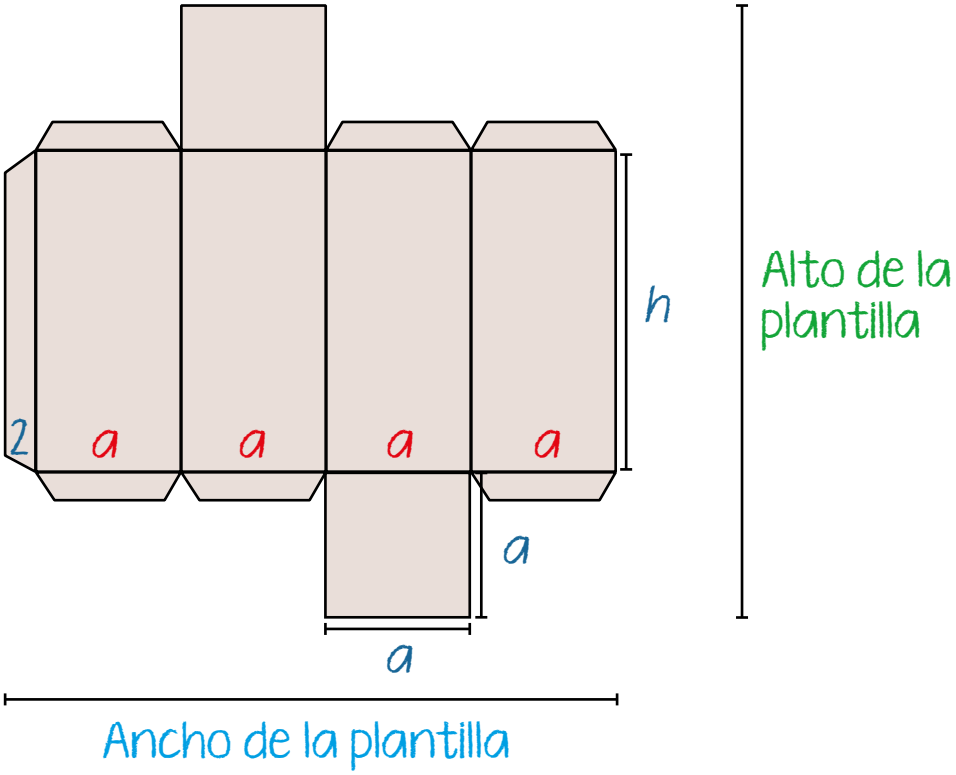
## PROYECTO

**a)** Para continuar con la elaboración de la urna, reescribe el monomio y la suma de monomios que obtuviste en la secuencia pasada para calcular el tamaño de la plantilla.

Para denotar el ancho de la plantilla obtuviste un monomio:

Para denotar la altura de la plantilla obtuviste una suma de monomios (un binomio):

**b)** Ahora vas a sacar el área de la plantilla de la urna, para saber el tamaño del cartón que vas a utilizar. Para ello necesitas calcular el área del rectángulo que se forma con todas las medidas del prisma y, como no conoces todavía las medidas que tendrá, utiliza los dos monomios que ya calculaste.




Recuerda que la fórmula para calcular el área de un rectángulo es base por altura:

$$A = b \times h$$

La base corresponde al ancho. Sustituyendo los monomios en la fórmula, queda así:

$$A = (4a) \times (h + 2a)$$

Ya solo te falta reemplazar las literales por los valores y podrás calcular el área.

Se proponen cinco medidas distintas para la urna, dependiendo de la cantidad de personas que estén participando en el proyecto:

| Medidas propuestas para la urna de acuerdo con la cantidad de personas participantes | | |
|---|---|---|
| Personas | *a* (cm) | *h* (cm) |
| De 1 a 5 | 10 | 20 |
| De 6 a 10 | 15 | 25 |
| De 11 a 15 | 20 | 30 |
| De 16 a 20 | 25 | 35 |
| Más de 20 | 30 | 40 |

De acuerdo con la cantidad de personas que van a participar, selecciona las medidas para armar tu urna y escríbelas.

Las medidas de mi urna serán: a: _____ cm  h: _____cm

Reemplaza los valores que elegiste en la fórmula y resuélvela para calcular la cantidad de papel que necesitarás para la plantilla, es decir, el área de la misma. Recuerda que el área se calcula en unidades al cuadrado.

$$A = (4a) \times (h + 2a)$$

$A =$ _____ $cm^2$

Revisa que el cartoncillo o el material que utilizarás sea lo suficientemente grande para poder trazar el patrón para la urna.

## Tema 2. La suma y la resta de polinomios

### Suma de polinomios

Al igual que con los monomios, en un polinomio solo pueden sumarse los términos semejantes.

Recuerda que los **términos semejantes** son aquellos que tienen las mismas literales elevadas a los mismos exponentes.

**CONEXIONES**

Repasa la suma de monomios en la secuencia anterior.

Así, $x^2y + 6x^2y$ es una suma de términos semejantes porque ambos tienen una $x^2$ y una $y$.

Cabe señalar que, al sumar o restar dos polinomios, ayuda mucho que sus términos estén **ordenados**.

Los términos de un polinomio están ordenados cuando están escritos con sus letras colocadas en orden alfabético y con sus exponentes de mayor a menor.

Así por ejemplo, el polinomio:

$$-5xy^2 - xy + 12x^3y + y^3 + 6x^2y$$

Está desordenado con respecto a la $x$ y a la $y$.

Si lo ordenamos poniendo primero las $x$, con sus exponentes de mayor a menor, nos queda de la siguiente forma:

$$12x^3y + 6x^2y - xy - 5xy^2 + y^3$$

Para sumar dos polinomios, primero se quitan los paréntesis, cuando los haya, y se identifican sus términos semejantes.

Así, para sumar:

$$(2a^2 + 7ab - b^2) + (10a^2 - ab - 9b^2) =$$

Primero se quita el paréntesis. Por tratarse de una suma, cada término del primer y segundo polinomio conservan sus signos originales:

$$2a^2 + 7ab - b^2 + 10a^2 - ab - 9b^2 =$$

**CONEXIONES**

Recuerda que, para sumar dos monomios con el mismo o con diferente signo, los coeficientes de los términos semejantes se suman y la parte literal pasa igual.

A continuación, se identifican los términos semejantes:

$$2a^2 + 7ab - b^2 + 10a^2 - ab - 9b^2 =$$

Y se suman algebraicamente:

$$2a^2 + 10a^2 = 12a^2$$

$$7ab - ab = 6ab$$

$$-b^2 - 9b^2 = -10b^2$$

Por lo tanto, el resultado de la suma anterior es igual a:

$$2a^2 + 7ab - b^2 + 10a^2 - ab - 9b^2 = 12a^2 + 6ab - 10b^2$$

**TIC**

Te sugerimos este video para profundizar en la suma de polinomios:
https://bit.ly/3SfzYar

## Resta de polinomios

Ahora observa cómo se realiza la resta de los siguientes polinomios:

$$(2x^2y + 4xy - 5y^2) - (6x^2y - xy - 10y^2) =$$

Primero se eliminan los paréntesis y se identifican sus términos semejantes.

En el caso de la resta, **al quitar el paréntesis** se cambian los signos a todos los términos del segundo polinomio, siguiendo la ley de los signos.

$$2x^2y + 4xy - 5y^2 - 6x^2y + xy + 10y^2 =$$

A continuación, se identifican los términos semejantes, en el ejemplo se distinguen por colores:

$$2x^2y + 4xy - 5y^2 - 6x^2y + xy + 10y^2 =$$

Y los restas algebraicamente. Recuerda que cuando dos monomios o términos tienen el mismo signo se suman, poniendo el mismo signo al resultado y cuando tienen signos diferentes se restan, poniendo el signo del término que tiene el coeficiente más grande al resultado.

$$2x^2y - 6x^2y = -4x^2y$$

$$4xy + xy = 5xy$$

$$-5y^2 + 10y^2 = 5y^2$$

**CONEXIONES**

Repasa la ley de los signos en las secuencias 1 y 2 de esta unidad y módulo.

También repasa la resta de monomios en la secuencia 1 de esta unidad y módulo.

De esta forma, el resultado es igual a:

$$2x^2y + 4xy - 5y^2 - 6x^2y + xy + 10y^2 = -4x^2y + 5xy + 5y^2$$

**Actividad 2.** Resuelve las operaciones siguientes.

**a)** Resuelve las sumas. Escribe tu procedimiento en el recuadro.

- $(2x + 2yz) + (3x - yz) =$

- $(2x^2yz - 10y) + (8x^2yz - 9y) =$

- $(3x^2y + 12x - 8) + (x^2y + 7y + 2) =$

- $(5x^2y + 3xy + 8) + (12x^2y + 4xy - 1) =$

**b)** Resuelve las restas de polinomios. Escribe tu procedimiento en el recuadro.

- $(5xy + 12x) - (3xy + 2x) =$

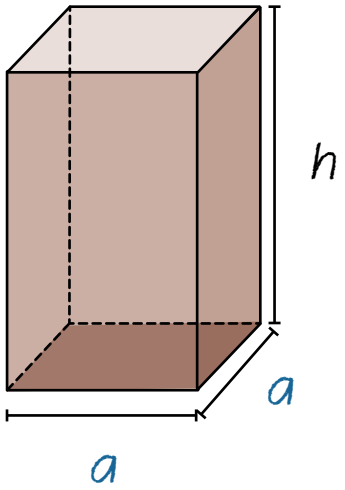
- $(3y + 2z) - (4y - 3z) =$

- $(-2x^7y^4z - 3x^2z^6) - (3x^7y^4z - 5x^2z^6) =$

- $(12x^2yz - 3xyz + 2) - (-4x^2yz + 2xyz - 3) =$

## PROYECTO

Calcula el volumen de tu urna. La fórmula para calcular el volumen de un prisma rectangular es la siguiente:




$$V = a \cdot a \cdot h$$

Como la variable $a$ se multiplica dos veces, se suman sus exponentes y queda:

$$V = a^2 \cdot h$$

También puede omitirse el signo de multiplicar, y se tiene:

$$V = a^2h$$

Calcula el volumen de la urna reemplazando los valores. Recuerda que el volumen se mide en unidades cúbicas.

$V = a^2h$

$V =$ _____ $cm^3$

**a)** Responde las preguntas:

**1.** ¿Cómo supiste qué operaciones debías realizar para calcular el volumen?

**2.** Explica qué ventajas ofrece contar con un monomio en vez de solamente una operación numérica.

**b)** Elabora la urna con las medidas elegidas.

**CONEXIONES**

Revisa la secuencia 6 de la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 3* para recordar cómo construir un prisma rectangular.

**CÓDIGO COMÚN**

**Ranura:** corte, hendidura o abertura hecha sobre un material.

1. Reproduce la plantilla en hojas de rotafolio cuadriculado de acuerdo con las medidas que elegiste para que te salga bien.

2. Coloca la nueva plantilla encima del cartoncillo o cartón y trázalo.

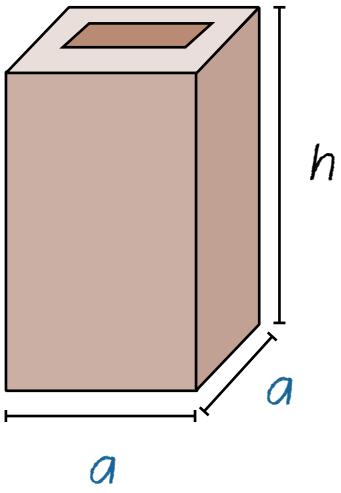
3. Recórtalo con unas tijeras o con un exacto o cúter.

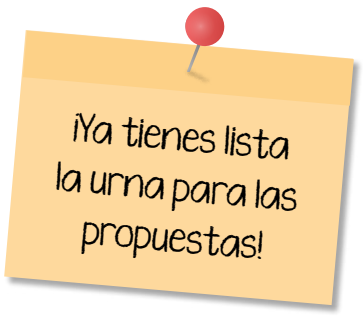
4. Con el mismo exacto, perfora en uno de los lados del prisma una **ranura** para depositar las propuestas.

5. Une sus extremos con ayuda de las pestañas y de pegamento.

6. La puedes pintar o forrar.

Te debió quedar de esta forma:



# CIERRE

En esta secuencia reconociste qué son los polinomios, cuál es su clasificación y cómo se suman y se restan.

**Actividad de cierre.** Marca con una paloma ✓ si las expresiones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F), según corresponda.

| EXPRESIONES | V | F |
|---|---|---|
| ■ La expresión $2x + 2$ es un trinomio. | | |
| ■ El grado de este polinomio es 3: $5x^2 + y^3 + xyz$ | | |
| ■ El resultado de esta resta es correcto: $(11x^3yz^2 + 3xy) - (6x^3yz^2 - 5xy) = 5x^6y^2z^4 + 8xy$ | | |
| ■ Lo que se marcó en azul son los coeficientes del polinomio: $5x^2y + 3x^2y^2 + 30y^2$ | | |
| ■ El resultado de la suma es correcto: $(55x^2yz + 3) + (6x^2yz + 4) = 61x^2yz + 7$ | | |

## PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

| Actividades | Sí |
|---|---|
| Planteé el polinomio que define el área de la plantilla. | |
| Seleccioné las medidas de la urna y calculé la cantidad de cartoncillo o cartón necesarios para hacerla. | |
| Calculé el volumen de la urna y la construí. | |



Secuencia

4

# *Multiplicación y división de polinomios*

En esta secuencia revisarás la forma de multiplicar y dividir polinomios.

**PROYECTO**

También concluirás el proyecto *Construimos acuerdos para la convivencia pacífica*. Las actividades a realizar en esta secuencia son las siguientes:

- Reunión programada para elegir por consenso las posibles soluciones al conflicto.
- Organización para dar seguimiento a los acuerdos por consenso.
- Lectura y reflexión en grupo sobre la participación ciudadana en la resolución de conflictos.

Recuerda que para identificar las actividades del proyecto, utilizamos el ícono **PROYECTO**.



# INICIO

**Actividad de inicio.** Lee los enunciados y subraya la respuesta correcta.

**1.** La expresión $5b^2 + 3a$ es un:

- Monomio
- Binomio
- Trinomio

**2.** El polinomio $9x^5 - 6y^2 + z$ es un:

- Trinomio
- Binomio
- Monomio

**3.** En el polinomio $m + 2n^3 + 4n - 5m + 2m^3$ los términos semejantes son:

- $m, -5m$
- $2n^3, 2m^3$
- $2n^3, 4n$

**4.** En el polinomio $-a^2b^2c^2 - a^2c^2 + b^2c^2 + 6a^2b^2c^2 + 6a^2b^2c + a^2b^2c^2$ los términos semejantes son:

- $6a^2b^2c^2, 6a^2b^2c^2$
- $-a\,b^2c^2, 6a^2b^2c$
- $-a^2b^2c^2, 6a^2b^2c^2, a^2b^2c^2$

**5.** ¿Cuántos términos tiene el polinomio $-x^3y^2 - x^2y^3 + x^2y + 8y$?

- Dos
- Tres
- Cuatro

## Tema 1. La multiplicación de polinomios

Para **multiplicar dos polinomios** se aplica la **propiedad distributiva**, la cual establece que la multiplicación de un número por una suma da el mismo resultado que la suma de cada sumando multiplicado por dicho número.

Expresado con números:

$$2(3+4) = 2(7) = 14$$

$$2(3+4) = (2\times 3) + (2+4) = (6) + (8) = 14$$

En álgebra, primero se multiplican los **signos**, después los **coeficientes** y al final las **literales**.

Por ejemplo, en la multiplicación de los monomios $(x - 6y)$ y $(-4x^2 + 2xy + y)$ se hace lo siguiente:

1. **Se acomodan en forma de multiplicación.** Recuerda que los paréntesis indican multiplicación cuando no hay un signo entre ellos:

$$(x - 6y)\ (-4x^2 + 2xy + y)$$

2. Se multiplica el primer término del polinomio más corto, que en este ejemplo es $x$, por todos los términos del segundo polinomio: $-4x^2 + 2xy + y$, para después multiplicar el segundo término del primer polinomio, que en este caso es $-6y$, por todos los términos del polinomio $-4x^2 + 2xy + y$.

**CONEXIONES**

Revisa en la secuencia 1 de la unidad 1 del módulo *Pensamiento matemático 3* las propiedades de la multiplicación de números reales.

También revisa en las secuencias 1 y 2 de esta unidad y módulo las formas de expresar la multiplicación en álgebra.

Por lo tanto:

$$(x - 6y)(-4x^2 + 2xy + y) = x(-4x^2 + 2xy + y) - 6y(-4x^2 + 2xy + y)$$

La **propiedad distributiva** nos permite multiplicar las operaciones de la **primera multiplicación parcial**.

$x(-4x^2 + 2xy + y)$
$x(-4x^2) = -4x^3$
$x(2xy) = 2x^2y$
$x(y) = xy$

Este es el **resultado parcial**, el de la **primera multiplicación.**
$-4x^3 + 2x^2y + xy$

Se hace la **segunda multiplicación parcial**.

$-6y(-4x^2 + 2xy + y)$
$-6y(-4x^2) = 24x^2y$
$-6y(2xy) = -12xy^2$
$-6y(y) = -6y^2$

Este es el **resultado parcial,** el de la **segunda multiplicación**.
$24x^2y - 12xy^2 - 6y^2$

Se **juntan ambas multiplicaciones parciales** para obtener el **resultado**.
$-4x^3 + 2x^2y + xy + 24x^2y - 12xy^2 - 6y^2$

**3.** A continuación se **simplifica el polinomio sumando** entre sí los términos semejantes que se tengan. En este polinomio se tienen los siguientes **términos semejantes**:

$$-4x^3 + 2x^2y + xy + 24x^2y - 12xy^2 - 6y^2$$

Recuerda que dos o más términos son semejantes cuando tienen **las mismas letras elevadas a los mismos exponentes.**

Por lo tanto, como los términos $+2x^2y + 24x^2y$ son semejantes y tienen el mismo signo, se suman.

Así, el polinomio queda:

$$-4x^3 + 26x^2y + xy - 12xy^2 - 6y^2$$

**4.** Y este es el resultado de la multiplicación:

$$(x - 6y)(-4x^2 + 2xy + y) = -4x^3 + 26x^2y + xy - 12xy^2 - 6y^2$$

**Actividad 1.** Repasa el tema y resuelve las multiplicaciones siguientes. Escribe en el recuadro tus operaciones.

- $(x + y)(x^2 + xy) =$

- $(a^2 - b)(a^2 + a - 2b) =$

- $(ab + 8b)(ab^2 + ab + b) =$

- $(x + y + z)(x + xy + z) =$

- $(m - n)(m^3 - 4m) =$

- $(x - y^2)\ (-x - y) =$

- $(a - b - c)\ (a - b + c) =$

- $(m^3 - m + n)\ (m^2 + m - n) =$

- $(m - n)\ (m^3 + 3n) =$

## PROYECTO

**a)** Realiza la segunda sesión de trabajo con las personas participantes.

- Retoma el mapa del conflicto y analícenlo en grupo.
- Pide que, de manera individual, cada persona escriba una solución posible y la deposite en la urna.
- Saca todas las propuestas y, de las tres que se repiten más, elijan una por consenso.
- Anótalas en un lugar visible.

**b)** Lee en voz alta los pasos del consenso y aclara dudas con el grupo.

### Pasos para tomar decisiones por consenso

**1 Delimitar y definir el conflicto**

Identificar claramente las personas, proceso y problemas en el conflicto.

**2 Reconocer los sentimientos y emociones involucrados**

- Desahogar e identificar cómo afecta el problema a las personas involucradas.
- Dejar en claro que el diálogo tiene el propósito de proponer y acordar soluciones, sin reclamos posteriores.

**3 Creación de posibles soluciones**

Propiciar que todas las personas aporten sus propuestas para solucionar el conflicto.

**4 Selección y síntesis de propuestas**

Análisis, entre todas las personas, de las propuestas más adecuadas y viables para resolver el conflicto.

**5 Revisión de los acuerdos**

- Especificar qué tan de acuerdo o no están las personas: están totalmente de acuerdo; no es perfecta, pero pueden aceptarla; no se oponen, pero no se sienten representadas; se oponen a lo que llevan acordado.
- En el caso del último nivel, no existe acuerdo.
- Los acuerdos que sí logren consenso en los tres primeros niveles son realizables.
- Revisar que las acciones o compromisos sean realizables y alcanzables con los recursos a su alcance.

**6 Establecimiento de responsabilidades**

- Tener en claro las responsabilidades y compromisos de todas las personas involucradas
- Establecer mecanismos para su revisión y hacer los ajustes necesarios para resolver el conflicto.

**Fuente:** Seminario de Educación para la Paz de España, *Educar para la paz. Una propuesta posible,* Madrid, Los libros de la catarata, 1996.

- Sigue los pasos del consenso y organiza al grupo para elegir la solución más adecuada para todas las personas participantes.

- Anota en el recuadro la solución acordada por todo el grupo.

- Organícense para dar seguimiento a los acuerdos y anoten las tareas y responsables para poner en marcha la solución.

| Acuerdos para resolver el conflicto | | |
|---|---|---|
| Compromisos | Responsables | Observaciones |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

## Tema 2. La división de polinomios

Para **dividir entre sí dos polinomios**, se divide cada término del **polinomio dividendo** entre cada término del **polinomio divisor**.

Por ejemplo, si se desea dividir $2a^2 - 12a - 32$ entre $a + 2$, primero se verifica que ambos polinomios estén ordenados de mayor a menor con respecto a los exponentes de sus literales.

$$2a^2 - 12a - 32$$

**Polinomio dividendo:** primero la $a^2$, después la $a$ y finalmente el **término independiente** (el número sin literal).

$$a + 2$$

**Polinomio divisor:** primero la $a$ y después el **término independiente**.

En este caso, se puede ver que ambos polinomios ya están ordenados, así que se acomodan en el formato de la división con *casita*.

$$a + 2 \overline{)\, 2a^2 - 12a - 32}$$

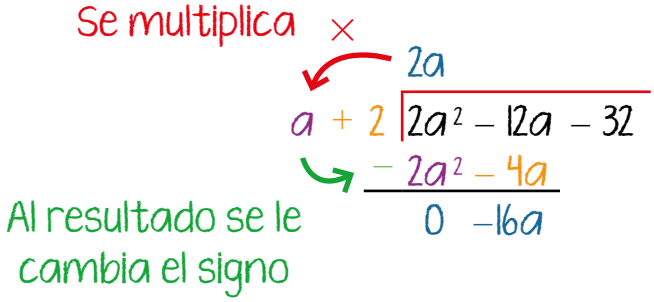
Ahora se divide el primer término del polinomio dividendo entre el primer término del polinomio divisor. En este caso, se divide $2a^2$ entre $a$, lo cual es igual a $2a$ porque en la división algebraica, **los exponentes se restan**:

$$\frac{2a^2}{a} = 2a^{2-1} = 2a$$

Se escribe el resultado en el cociente de la división de polinomios:

$$\begin{array}{r} 2a \\ a+2 \overline{)\,2a^2-12a-32} \end{array}$$

Se multiplica por cada término del polinomio divisor y el resultado se escribe en el residuo con el **signo cambiado**, escribiendo cada monomio debajo de su respectivo término semejante del polinomio dividendo, para después sumarlo algebraicamente con él.




Se "baja" el siguiente término del polinomio dividendo y se repite el procedimiento anterior.

$$\begin{array}{r} 2a \\ a+2 \overline{)\,2a^2-12a-32} \\ \underline{-\,2a^2-4a\phantom{-32}} \\ 0\ -16a \end{array}$$

Ahora se divide $-16a$ entre $a$, lo cual es igual a $-16$, cantidad que se escribe en el cociente y se repite el procedimiento:

$$\frac{-16a}{a} = -16$$

$$\begin{array}{r|l} & 2a - 16 \\ \hline a + 2 & 2a^2 - 12a - 32 \\ & -2a^2 - 4a \\ \hline & 0 \quad -16a - 32 \end{array}$$

De haber más términos en el polinomio dividendo, se repite el procedimiento hasta haberlos "bajado" a todos.

En este caso, como ya no hay más términos del polinomio dividendo para "bajar", ya está hecha la división, cuyo resultado es igual a $2a - 16$, con un residuo de cero, es decir, sin residuo alguno y el cociente se completa con un cero.

$$\begin{array}{r|l} & 2a - 16 + 0 \\ \hline a + 2 & 2a^2 - 12a - 32 \\ & -2a^2 - 4a \\ \hline & 0 \quad -16a - 32 \\ & 0 \quad 16a \quad 32 \\ \hline & \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

**TIC**

Practica el tema y resuelve otros ejercicios con el siguiente enlace: https://bit.ly/3xF9UOo

Entonces, el cociente o resultado de esta división es $2a - 16$, porque no tiene sentido agregar el último cero que se está sumando, ya que cualquier número sumado con cero da ese mismo número.

$$\frac{2a^2 - 12a - 32}{a + 2} = 2a - 16$$

**Actividad 2.** Escribe las divisiones siguientes en el formato de "casita" y resuélvelas.

- $\dfrac{x^2 + 2x - 3}{x + 3} =$

- $\dfrac{d^2 - 11d + 30}{d - 6} =$

- $\dfrac{6x^2 - xy - 2y^2}{2x + y} =$

- $\dfrac{b^2 + 15 - 8b}{3 - b} =$

## PROYECTO

**a)** Haz una tabla para anotar a las personas responsables de dar seguimiento a los acuerdos. Guíate con el ejemplo.

| Persona responsable | Organizar la siguiente reunión |
|---|---|
| Ezequiel Chávez | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

**b)** Comparte la lectura *La participación ciudadana en la resolución de conflictos*.

**Lee en voz alta**

**Comparte la lectura**

# La participación ciudadana en la resolución de conflictos

**CÓDIGO COMÚN**

**Ciudadanía:** conjunto de ciudadanos, es decir, de personas mayores de edad con derechos y obligaciones de un país.

La participación de la **ciudadanía** en su comunidad la hace parte de sus procesos en la toma de decisiones y en la supervisión de la aplicación de las políticas públicas que afectan a la comunidad.

Si las personas se involucran con su comunidad repercutirá directamente en la mejora de la calidad de vida de las personas, desde el punto de vista material como en la realización personal y colectiva.



La participación requiere de más tiempo para el diálogo, la escucha activa; más apertura para llegar a acuerdos. La participación ciudadana y el consenso aumenta la credibilidad, la satisfacción de las necesidades de quienes participan para resolver los conflictos de la comunidad. La participación favorece, sin duda, soluciones más creativas y pacíficas. La resolución de conflictos mediante el diálogo y los acuerdos deja sin posibilidades a las respuestas o soluciones mediante la violencia. La convivencia pacífica se logra con la participación en la comunidad, con la expresión libre de necesidades e intereses, con actividades integradoras, con el respeto de las diferentes formas de ver un mismo problema.

Una cultura de paz implica formas de convivencia basadas en la ética del cuidado, propio y ajeno, en la cooperación para satisfacer nuestras necesidades personales y comunitarias, en la construcción de posibilidades, presentes y futuras, libres de violencias y ricas en aprecio y respeto a la diversidad.

# CIERRE

En esta secuencia conociste cómo se realiza la multiplicación y la división de polinomios y aplicaste estas operaciones.

**Actividad de cierre.** Marca con una paloma ✓ si el resultado de cada operación es correcto (C) o incorrecto (I).

| Operaciones | C | I |
|---|---|---|
| $(a-4)(a+3) = a^2 - a - 12$ | | |
| $(d-e)(x+y+z) = dx + dy + dz - ex - ey - ez$ | | |
| $\frac{m^2 - 2m - 3}{m+1} = m - 3$ | | |
| $\frac{2a^3 - 4a - 2}{2a+2} = a^2 - a - 1$ | | |
| $\frac{2b^5 - b + 1}{b^2 + 4} = 2b^2 - 2$ | | |
| $(4m - 3n)(5m - 2n) = 20m^2 - 23mn + 6n^2$ | | |
| $(a + b - c)(x + y) = ax - bx + cx + ay + by - cy$ | | |

## PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

| Actividades | Sí |
|---|---|
| Realicé la reunión para elegir por consenso las posibles soluciones al conflicto. | |
| Organicé el seguimiento a los acuerdos por consenso. | |
| Leí y reflexioné en grupo sobre la participación ciudadana en la resolución de conflictos. | |







# UNIDAD 2

## *Representación gráfica de relaciones matemáticas*

En esta unidad conocerás la utilidad del plano cartesiano para representar gráficamente y calcular situaciones cotidianas como la variación de precios en la adquisición de un producto, los precios de una promoción relacionada con el número de personas, el desplazamiento de una persona u objeto, entre otras. Con ello, comprenderás los términos de variable dependiente y variable independiente y las funciones que se establecen entre ellas.

El proyecto *Cálculos para una vida activa* tiene el objetivo de proporcionar herramientas para que, en la medida de lo posible y junto con otras personas de tu comunidad, establezcas un plan realista de acondicionamiento físico partiendo del ejercicio que ya realizas actualmente.



Secuencia

# 5

# *El plano cartesiano y las partes que lo componen*

En esta secuencia conocerás el plano cartesiano, aprenderás qué es un sistema de coordenadas, reconocerás cómo ubicar puntos en cualquiera de los cuadrantes y aprenderás a nombrarlos.

**PROYECTO**

Comenzarás el proyecto *Cálculos para una vida activa* con el objetivo de conocer y hacer mediciones de la actividad física que haces a diario, el nivel físico en el que te encuentras y realizar acciones para mejorar tu bienestar.

Las actividades a desarrollar en esta secuencia son las siguientes:

- Lectura sobre activación física.
- Reflexión sobre la cantidad de actividad física diaria acostumbrada.
- Elaboración de un sistema de coordenadas para localizar puntos de activación física cercanos a tu ubicación.

Como en secuencias anteriores, el ícono PROYECTO distingue las actividades del proyecto.

# INICIO

**Actividad de inicio.** Recupera conocimientos previos y haz lo que se te pide.

**a)** Responde las siguientes preguntas.

**1.** ¿Qué entiendes por coordenadas?

**2.** ¿Qué sabes acerca de los planos?

**3.** ¿Qué palabras o frases utilizas cuando explicas una dirección a una persona?

**4.** Además de palabras o frases, ¿qué otra forma conoces o has utilizado para dar una dirección o ubicar un lugar?

**b)** Rellena los espacios vacíos del texto con las palabras correctas.

| | | |
|---|---|---|
| la derecha | de menor a mayor | número |
| la izquierda | recta | entre el 3 y el 4 |

La recta numérica consiste en una línea _____ en la que se puede ubicar cualquier _____.

En la recta numérica, los puntos se encuentran ordenados _____.

Cualquier número real se puede ubicar en la recta, incluso el número $\pi$, el cual se encuentra _____.

Para ubicar números positivos, se desplaza en la recta hacia _____ del cero, y para números negativos, la dirección es hacia _____ del cero.

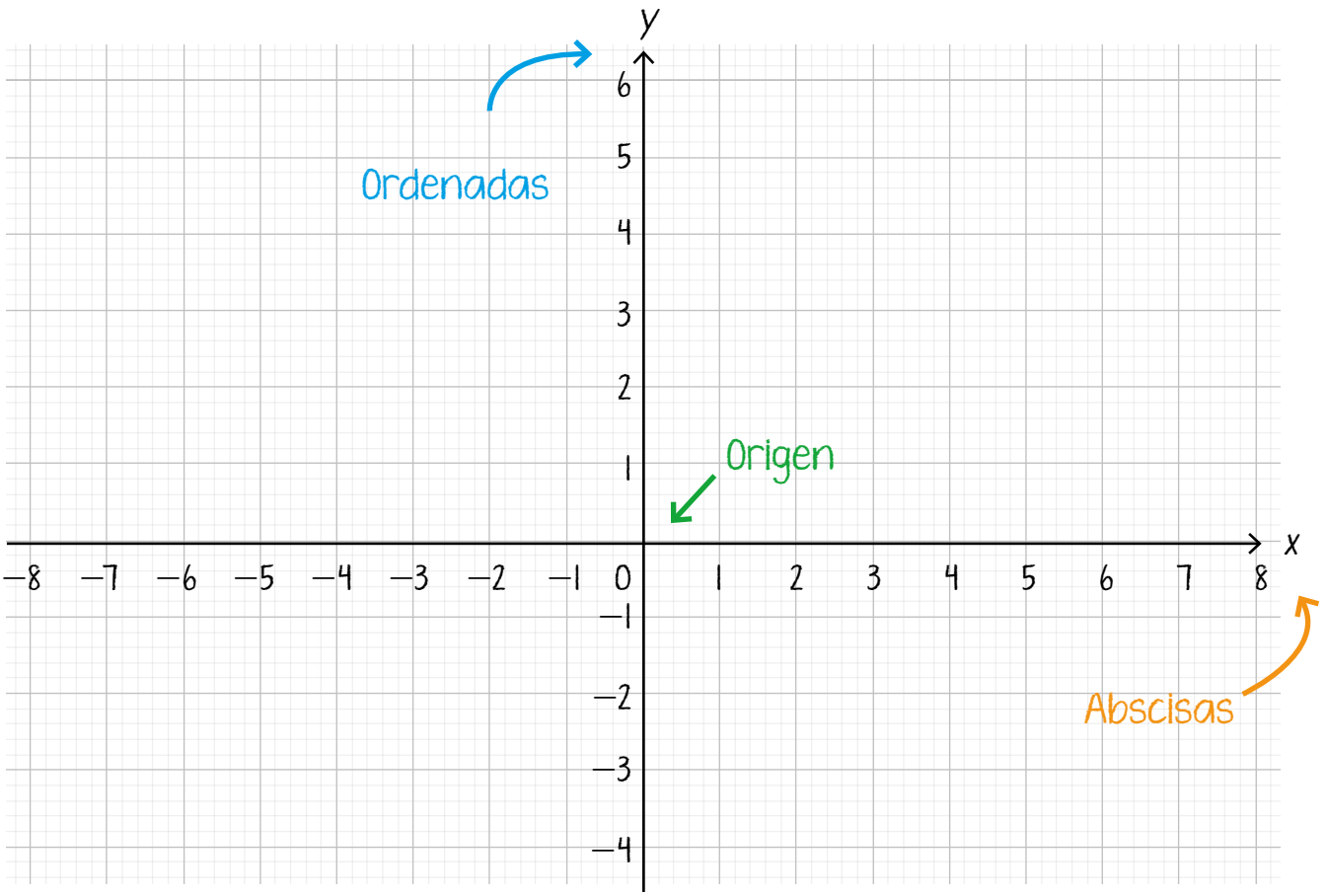


## Tema 1. El plano cartesiano y sus partes

El plano cartesiano debe su nombre a **René Descartes** (1596-1650), quien fue el primero en usarlo para relacionar el álgebra con la geometría. Es un gráfico compuesto **por dos rectas numéricas** perpendiculares que se cruzan en un punto llamado **origen**, en forma de cruz.

Estas rectas son también llamadas **ejes**:

- El **eje horizontal** es llamado **eje de las** *X* o eje de las **abscisas**.
- El **eje vertical** es llamado **eje de las** *Y* o eje de las **ordenadas**.

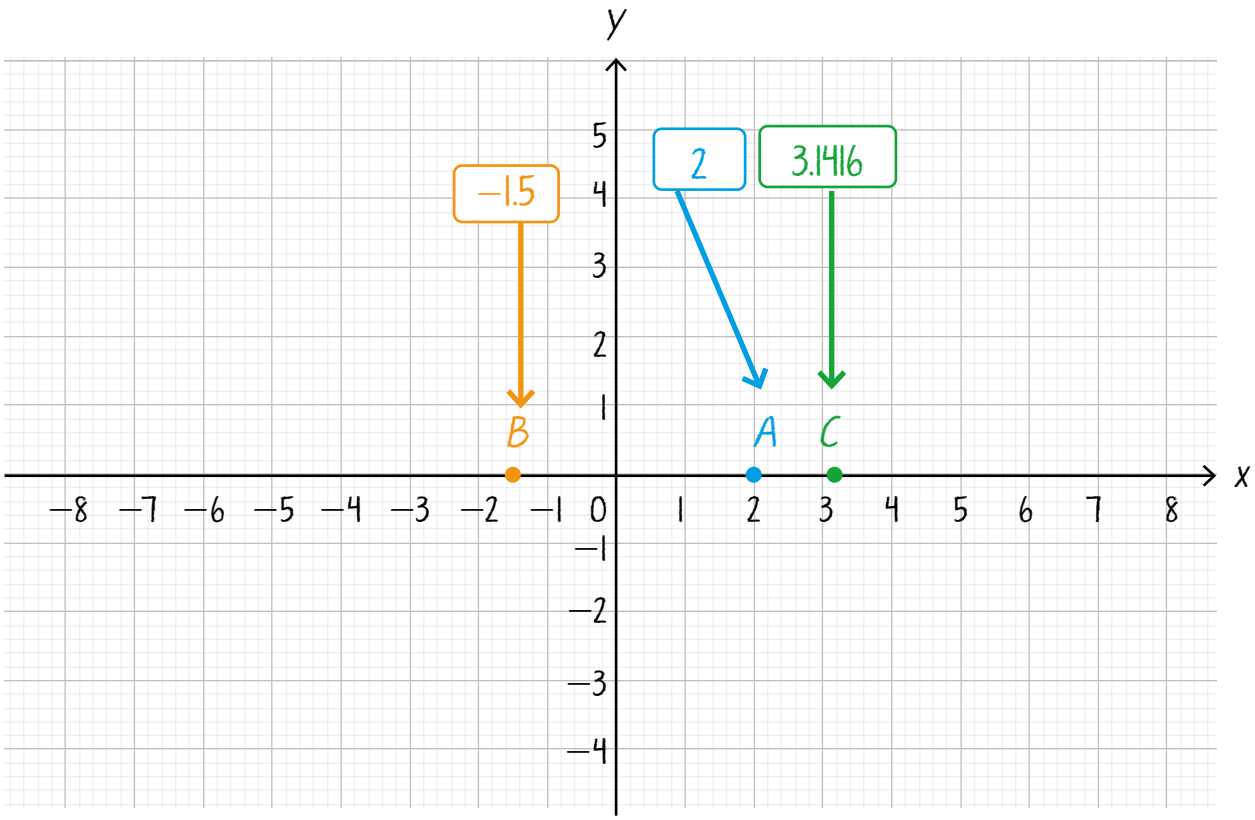


Este tipo de representación se utiliza para ubicar puntos en el espacio, lo que permite hacer cálculos y resolver problemas algebraicos de manera gráfica.

Al igual que en la **recta numérica**, en el plano cartesiano los números se representan por cortes o líneas equidistantes, es decir, a la misma distancia cada una. Las líneas más gruesas de la cuadrícula corresponden a cada corte y las más pequeñas a fracciones entre un número y otro.

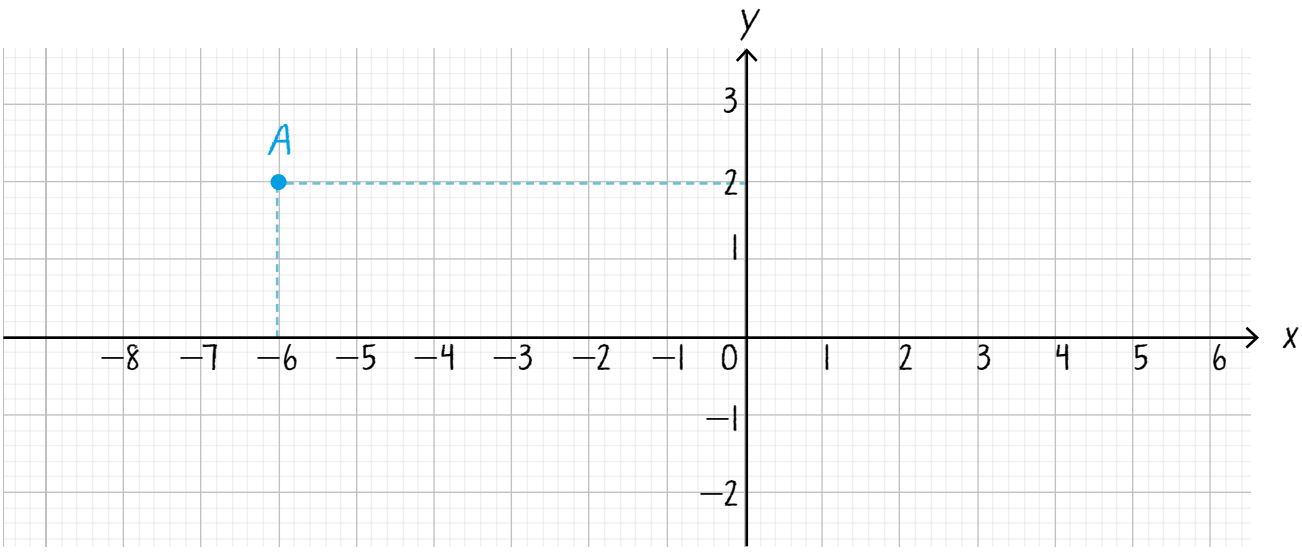
**CONEXIONES**

Sobre la ubicación de puntos en el espacio, revisa la secuencia 5 de la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 3*.

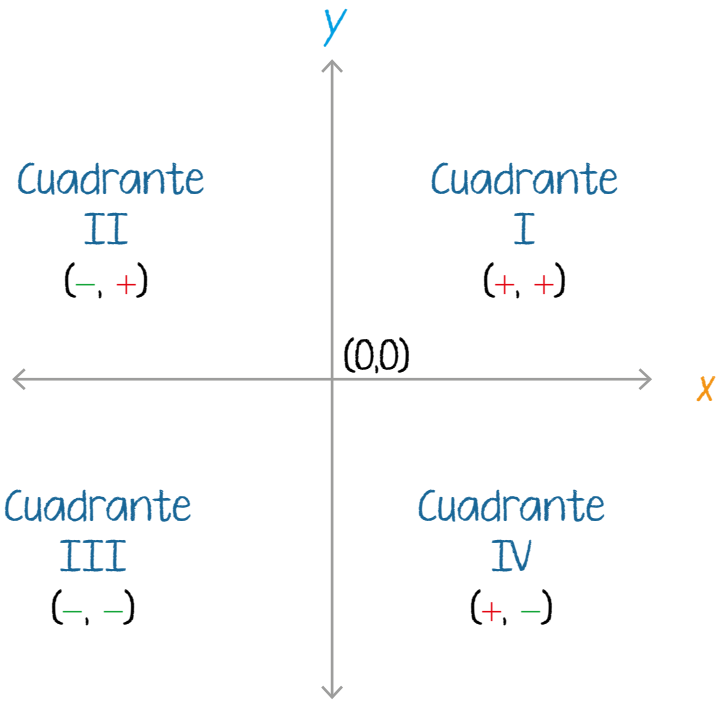



Los **planos cartesianos** hechos a mano suelen hacerse en **hojas cuadriculadas** o en **papel milimetrado** de color naranja; esta cuadrícula fina es útil para ubicar puntos en el plano.

En la recta numérica se ubican las cantidades sobre un solo eje horizontal; en cambio, como en el plano cartesiano son dos rectas, para ubicar un punto se necesitan dos números, uno por cada recta:




Las **intersecciones** de los ejes producen cuatro regiones llamadas **cuadrantes**, que se indican con números romanos.




¿Te fijaste que los cuadrantes se numeran al contrario del movimiento de las manecillas de un reloj?

**Actividad 1.** Refuerza tus aprendizajes sobre el plano cartesiano.

**a)** Subraya las respuestas correctas.

**1.** Es el cuadrante ubicado en la posición inferior izquierda:
- I
- II
- III
- IV

**2.** Es el cuadrante ubicado en la posición superior derecha:
- I
- II
- III
- IV

**3.** La distancia entre los cortes consecutivos sobre los ejes debe ser:
- Equidistante
- Creciente
- Corta
- Distinta

**4.** El eje que va en horizontal (de derecha a izquierda) se llama:
- Eje primario
- Eje secundario
- Eje de las abscisas
- Eje de las ordenadas

**5.** El eje que va en vertical (de arriba hacia abajo) recibe este nombre:
- Eje primario
- Eje secundario
- Eje de las abscisas
- Eje de las ordenadas

**6.** Nombre de la persona que utilizó el plano cartesiano por primera vez para relacionar el álgebra con la geometría:
- Isaac Newton
- Carl Friedrich Gauss
- Leonhard Euler
- René Descartes

**b)** Dibuja un plano cartesiano que incluya el origen. Ayúdate de la cuadrícula para que las líneas queden a la misma distancia. Traza el eje de las abscisas de un color, el eje de las ordenadas de otro y señala el origen con un color distinto para diferenciarlos.

## PROYECTO

**a)** El proyecto de esta unidad aborda la importancia de mantener una vida activa. Reúnete si es posible con familiares, amistades o personas de tu *Círculo de estudio* para leer y reflexionar por qué es importante para tu salud la activación física.

**Lee en voz alta**

**Comparte la lectura**

**REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA ▪ LA MATEMÁTICA ▪**

### La activación física

El ritmo de la vida moderna ha propiciado que las personas pasen más tiempo laborando en actividades **sedentarias** como participar en la línea de producción de una fábrica, sentadas en un escritorio o atendiendo un mostrador durante largas jornadas. Este estilo de vida es un factor de riesgo para el desarrollo de enfermedades crónicas no transmisibles como **cardiopatías**, diabetes y cáncer.

Además del tiempo laboral, el sedentarismo ocurre debido a la reducción en el tiempo de ocio y la falta de espacios adecuados para practicar actividades al aire libre, como parques, plazas y jardines, a lo que se suma el mayor tiempo frente a pantallas de televisión, computadoras y el uso de videojuegos.



**CÓDIGO COMÚN**

**Sedentarismo:** estilo de vida con poca actividad física, en el que las personas pasan la mayor parte de su tiempo sentadas o recostadas.

**Cardiopatías:** enfermedades del corazón.

En cambio, la actividad física regular conserva los músculos, articulaciones y estado de salud en general de las personas de todas las edades. La Organización Mundial de la Salud (OMS) recomienda las siguientes directrices para la activación física por grupos de edad.

| Población infantil (de 5 a 17 años) | Población adulta (de 18 a 64 años) | Población adulta mayor (De 65 años en adelante) |
|---|---|---|
| Al menos 60 minutos de actividad física moderada a vigorosa. | Más de 300 minutos de actividad física aeróbica de intensidad moderada a la semana. | Al menos entre 150 y 300 minutos de actividad física aeróbica de intensidad moderada a la semana. |
| Al menos 3 días a la semana de actividades aeróbicas vigorosas y de actividades que refuercen los músculos y los huesos. | Más de 150 minutos de actividad física aeróbica de intensidad vigorosa a la semana. | Al menos entre 75 y 150 minutos de actividad física aeróbica de intensidad vigorosa, o una combinación equivalente durante la semana. |
| Al menos dos actividades de fortalecimiento muscular de intensidad moderada o más elevada para trabajar todos los grupos musculares de mayor tamaño. | Al menos dos actividades semanales de fortalecimiento muscular de intensidad moderada o más elevada para trabajar todos los grupos musculares de mayor tamaño. | Realizar como mínimo tres días a la semana actividad física multicomponente variada, que apoye el equilibrio funcional y un entrenamiento de fuerza de intensidad moderada o más elevada. |

**Fuente:** Tabla construida con base en las directrices de la OMS sobre actividad física y comportamientos sedentarios.

## REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA ▪ LA MATEMÁTICA ▪

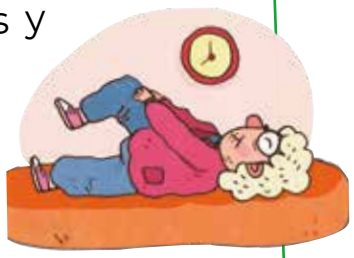


**Actividad física moderada:** es la que acelera el ritmo cardiaco y se habla con algo de dificultad; incluye actividades como bailar, realizar tareas domésticas (barrer, trapear) y caminar a paso rápido.



**Actividad física de intensidad vigorosa:** la actividad física de intensidad vigorosa es la que implica mayor cantidad de esfuerzo, produce respiración rápida, el aumento sostenido de la frecuencia cardiaca y dificultad para sostener una conversación; ejemplos de esto último es la práctica de deportes de conjunto como futbol, basquetbol, voleibol, aerobics o atletismo (correr).

**Actividad de fortalecimiento muscular:** está centrada en los distintos grupos musculares del cuerpo, en especial los de mayor tamaño, para tener más resistencia, fortalecer las articulaciones y evitar la pérdida muscular asociada con el envejecimiento. Ejemplos: entrenamiento con el peso del propio cuerpo o con pesas, así como los trabajos en los que deban cargarse objetos pesados, como la albañilería.





**Actividad física multicomponente:** programa de entrenamiento que combina ejercicio aeróbico, de potencia, fuerza y equilibrio adaptables a cualquier edad y condición física.



En resumen, la actividad física constante y adecuada a la edad de las personas mejora la salud física en general, reduce el riesgo de desarrollar enfermedades y tiene beneficios para la salud mental y emocional. Puedes activarte físicamente de diversas formas: si eres sedentario, comienza poco a poco hasta alcanzar el hábito de hacerlo diariamente, pues "cualquier ejercicio es mejor que ninguno".

**Fuentes:** OMS, *Directrices de la OMS sobre actividad física y comportamientos sedentarios* [*WHO guidelines on physical activity and sedentary behaviour*], Ginebra, Organización Mundial de la Salud, 2021. Disponible en https://bit.ly/3ydsvBb (Consulta: 18 de agosto de 2022).
"¿Qué es sedentarismo?", Secretaría de Salud, 29 de agosto de 2015, disponible en: https://www.gob.mx/salud/es/articulos/que-es-sedentarismo (Consulta: 18 de agosto de 2022).
Germán Vicente-Rodríguez, "Qué es el entrenamiento multicomponente y por qué es beneficioso para las personas mayores", *The Conversation*, disponible en https://bit.ly/3e5vZPy (Consulta: 18 de agosto de 2022).

**b)** De acuerdo con la lectura, reflexiona junto con quienes te reuniste acerca de la cantidad de actividad física que realizas en tu vida diaria.

**c)** Subraya la opción que en tu caso responde mejor la pregunta.

**1.** ¿Cuántos minutos a la semana acostumbras realizar ejercicio físico aeróbico de intensidad moderada?

- Menos de 150 minutos
- De 151 a 299 minutos
- Más de 300 minutos

**2.** ¿Cuántos minutos al día acostumbras realizar ejercicio físico aeróbico de intensidad vigorosa?

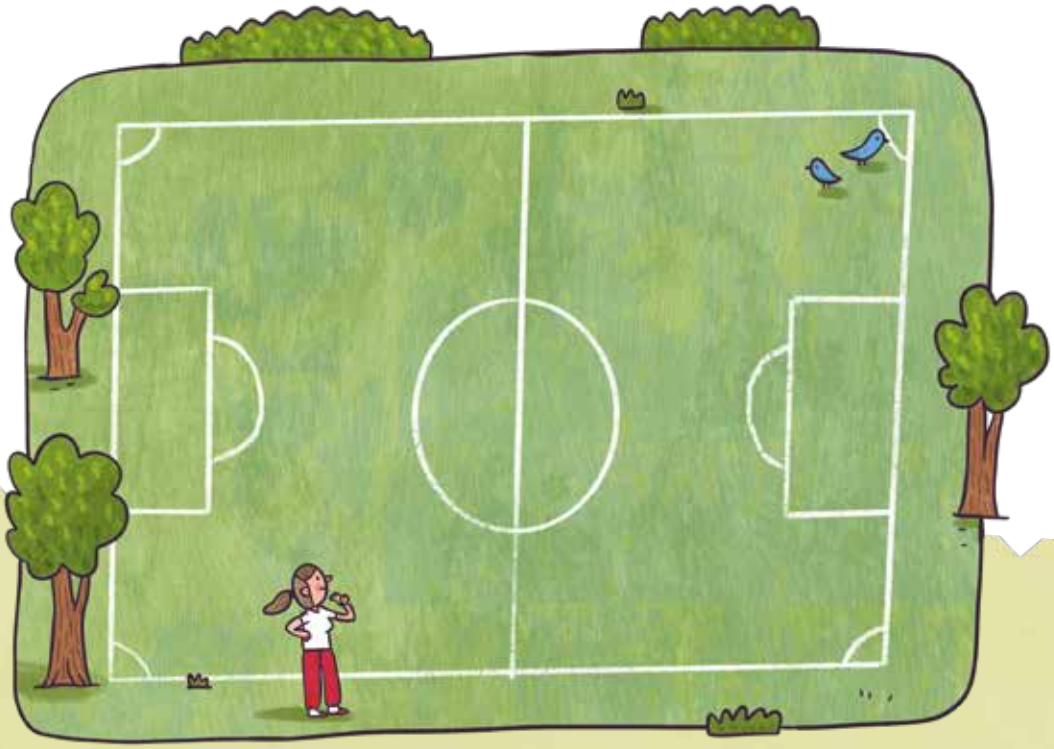
- Menos de 75 minutos
- De 76 a 150 minutos
- Más de 150 minutos

**3.** ¿Cuántos días a la semana acostumbras realizar actividades de fortalecimiento muscular?

- Ninguno
- Un día
- Más de un día

4. ¿Cuántos días a la semana acostumbras realizar actividades multifuncionales?
   - Ninguno
   - Un día
   - Más de un día
5. Con base en tus respuestas, califica tu nivel de actividad física. Considera que la primera opción de cada grupo de respuestas es bajo, la segunda es adecuado y la tercera es excelente. Cuéntalas y elige la opción que englobe tus resultados.
   - Bajo
   - Adecuado
   - Excelente

**d)** Considera incrementar tu actividad física si seleccionaste la primera opción de cada grupo de respuestas.

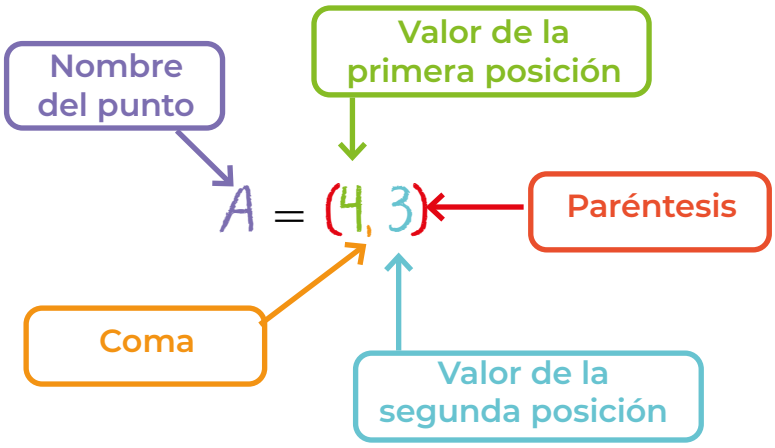


## **Tema 2.** Las coordenadas y sus componentes

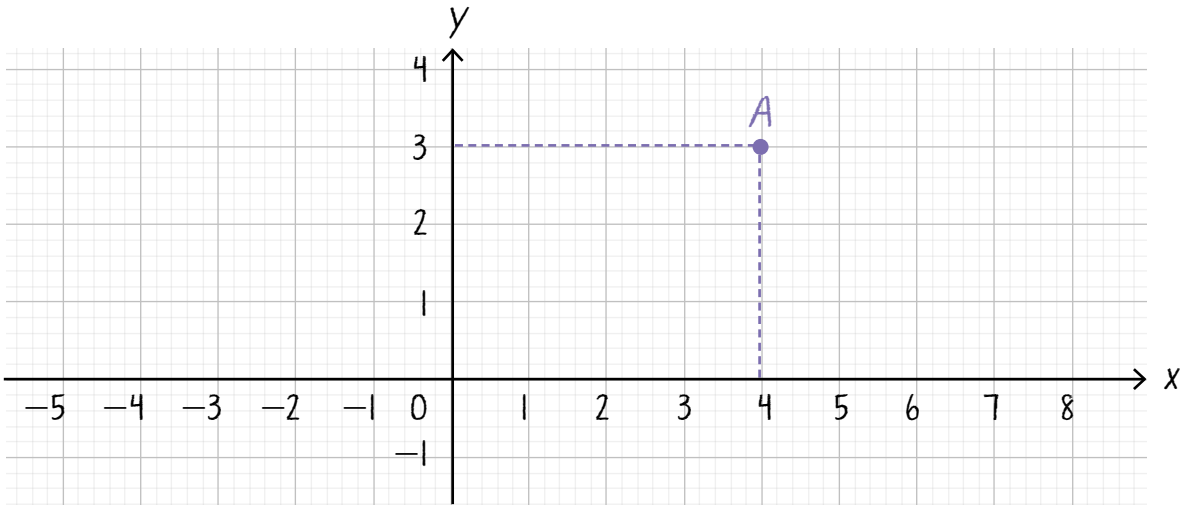
Para ubicar un punto en el plano cartesiano se requieren dos números, uno por cada recta; estos números son llamados coordenadas y se escriben juntos, entre paréntesis y separados por una coma. Los puntos se suelen nombrar con letras mayúsculas comenzando por la A, como en este ejemplo.

**CONEXIONES**

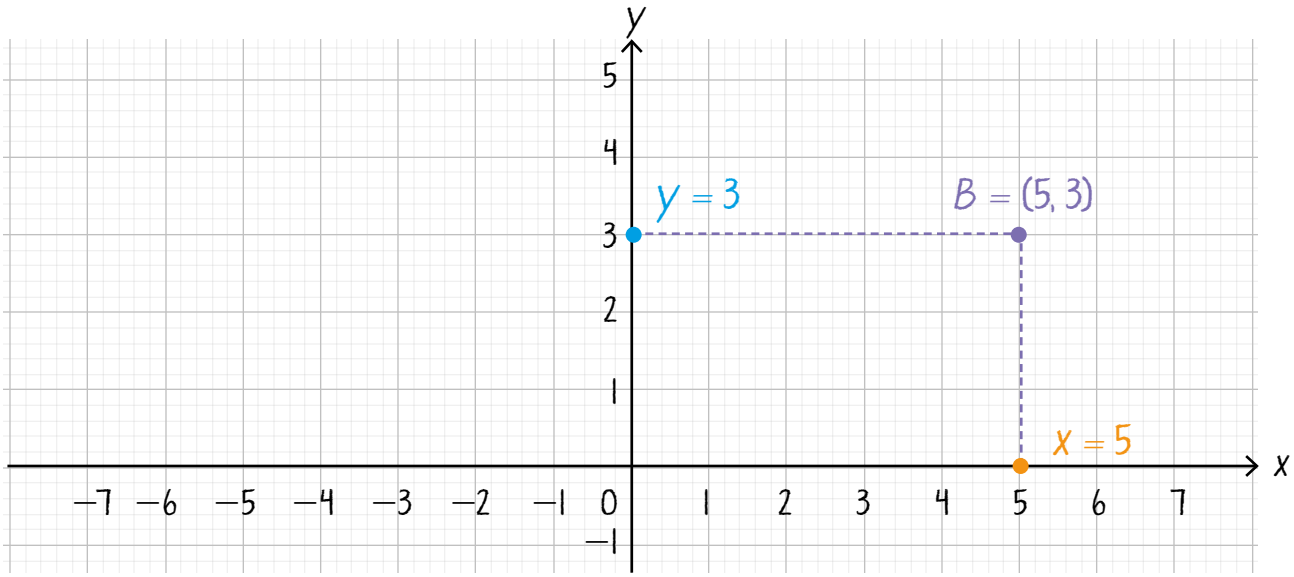
En la secuencia 5 de la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 3* ya conociste las coordenadas.



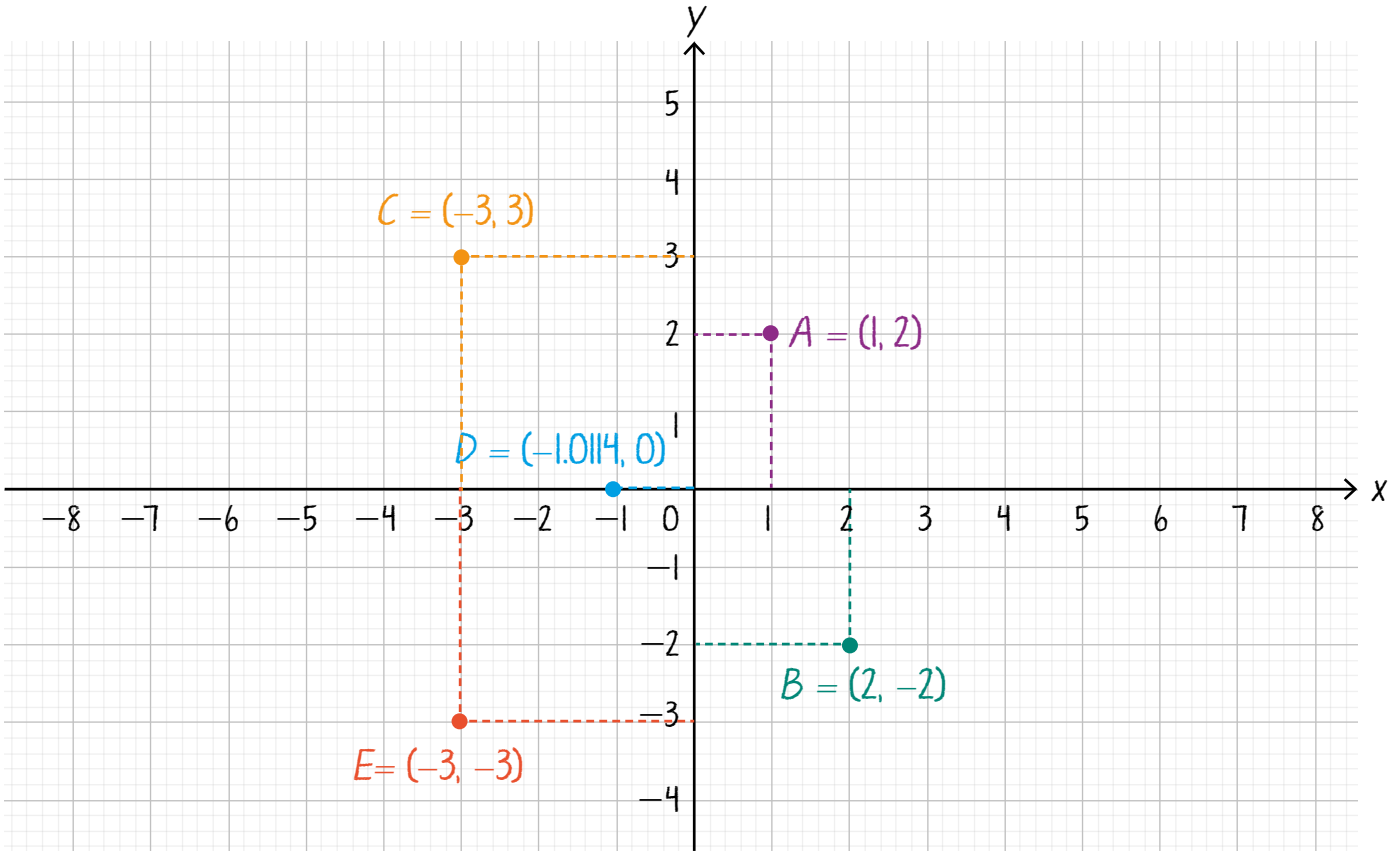

El valor de la primera posición lo da el valor en el eje *x*, mientras que el valor en la segunda posición lo da el valor en el eje *y*. Esta es la ubicación de estos puntos en el plano:



En el siguiente plano se ubica el punto $B = (5, 3)$




En un mismo plano cartesiano se pueden ubicar varios puntos, mismos que pueden ser **positivos** o **negativos**.



Si tienes varios valores de $x$ y de $y$, puedes ubicarlos en el plano cartesiano mediante un sistema de coordenadas, como verás más adelante.

**Actividad 2.** **Repasa tus aprendizajes sobre las coordenadas y sus componentes.**

**a)** Responde las preguntas siguientes.

**1.** ¿Qué signo de puntuación se utiliza para separar los números en una coordenada?

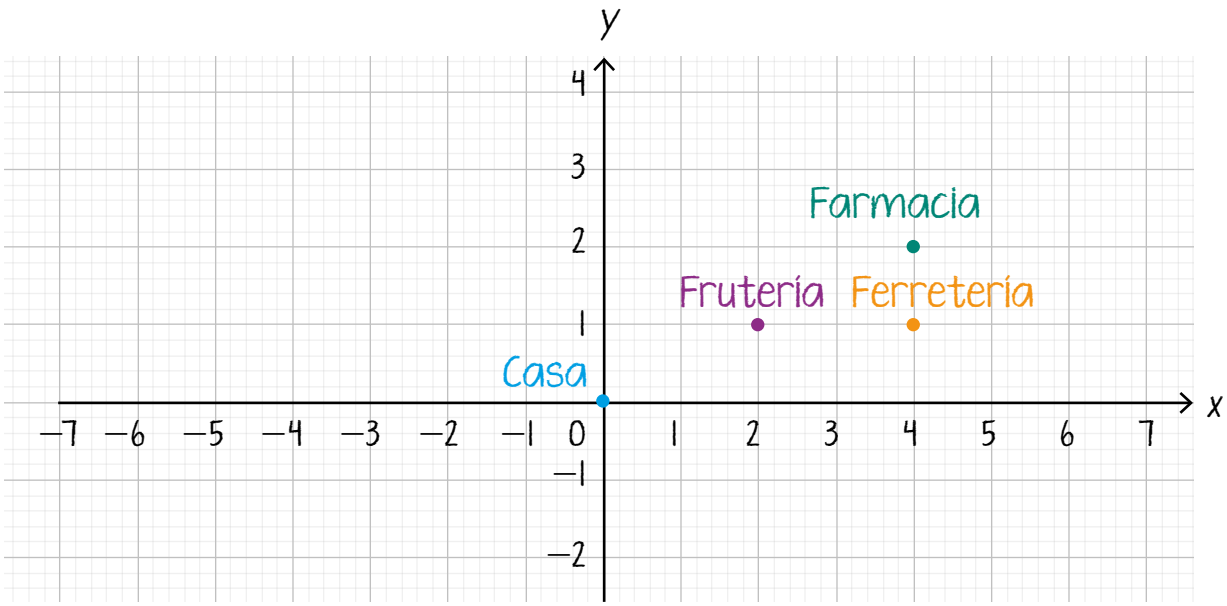
**2.** ¿Cuántos números forman una coordenada en el plano cartesiano?

**3.** ¿Qué valor se coloca en la primera posición de una coordenada?

**b)** Lee el texto, observa el plano y haz lo que se te indica.

Ana tiene que trasladarse desde su casa hasta la frutería para comprar una piña; de ahí debe caminar a la ferretería y después a la farmacia.






**1.** Escribe las coordenadas de cada sitio.

- Casa: ( , )
- Frutería: ( , )
- Ferretería: ( , )
- Farmacia: ( , )

**2.** ¿En qué cuadrante se ubican los puntos de los lugares referidos en el caso anterior?

_____

_____

**3.** Ayuda a Ana a ubicar en el plano anterior la casa de su hermano Pedro, quien vive en las coordenadas (0, 5). Anota el punto en el plano.



Pedro (0, 5)

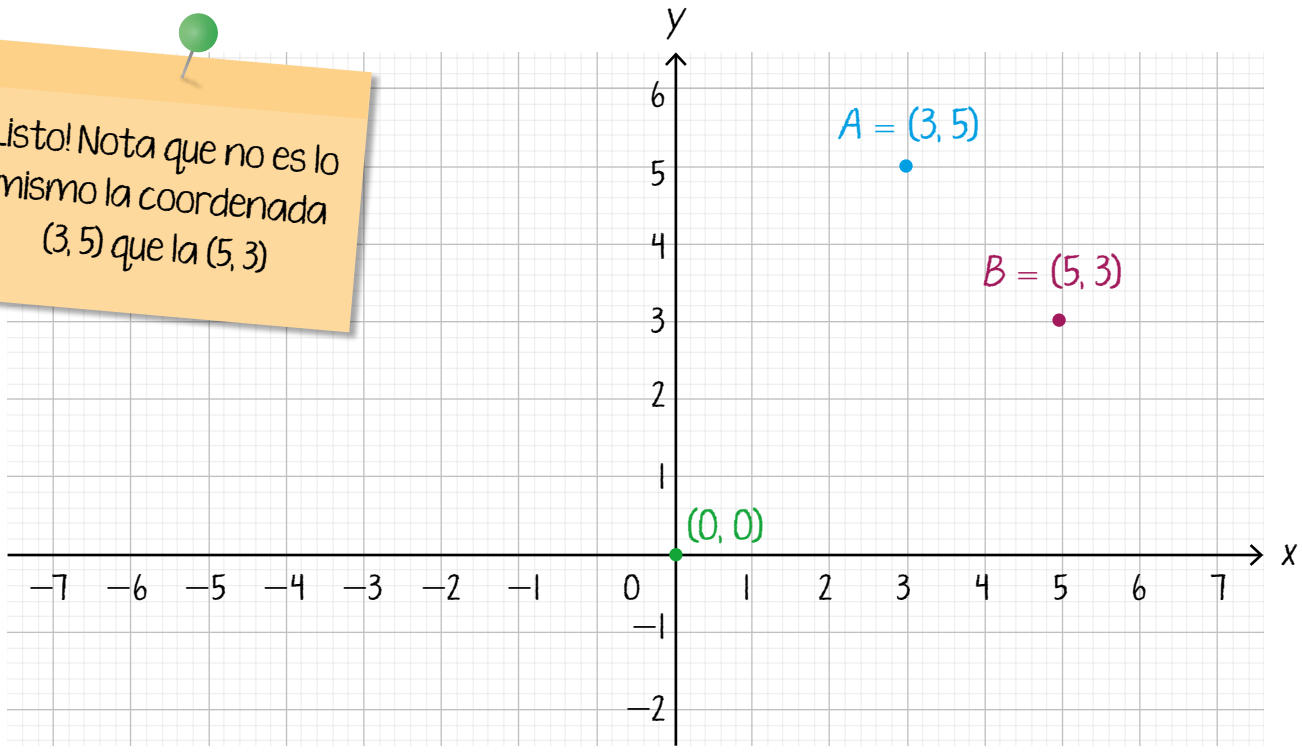
## Tema 3. Ubicación de puntos en el plano cartesiano

En el plano cartesiano se puede ubicar un punto mediante una coordenada. También es posible hacerlo al revés: si tienes una coordenada, puedes colocar su punto correspondiente en el plano cartesiano. Hay cuatro opciones.

### Ubicación de dos coordenadas positivas

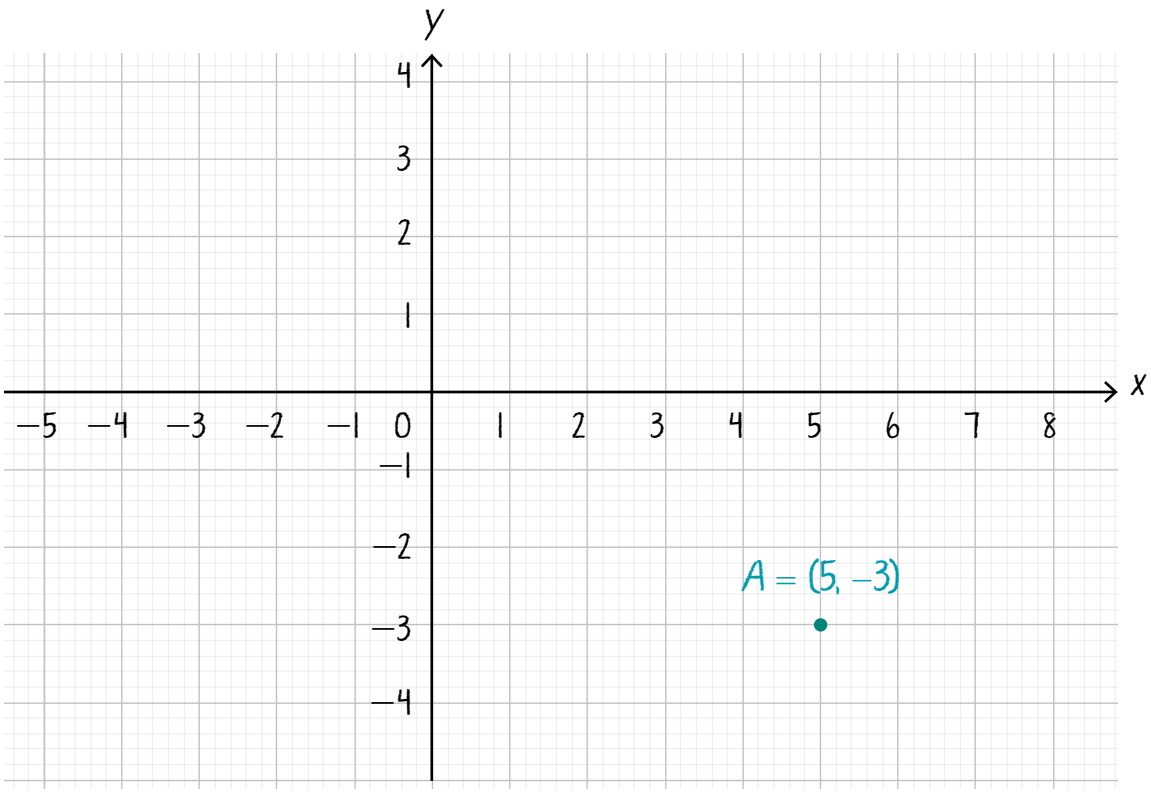
Para ubicar la coordenada (5, 3), como son dos números positivos, se cuentan 5 unidades hacia la derecha desde el origen (0, 0), luego se cuentan 3 unidades hacia arriba y se marca un punto en el cruce de ambas. Ahí se ubican las coordenadas, así que se señala con un punto visible y se nombra para distinguirlo.

¡Listo! Nota que no es lo mismo la coordenada (3, 5) que la (5, 3)



## Ubicación de coordenada positiva y negativa

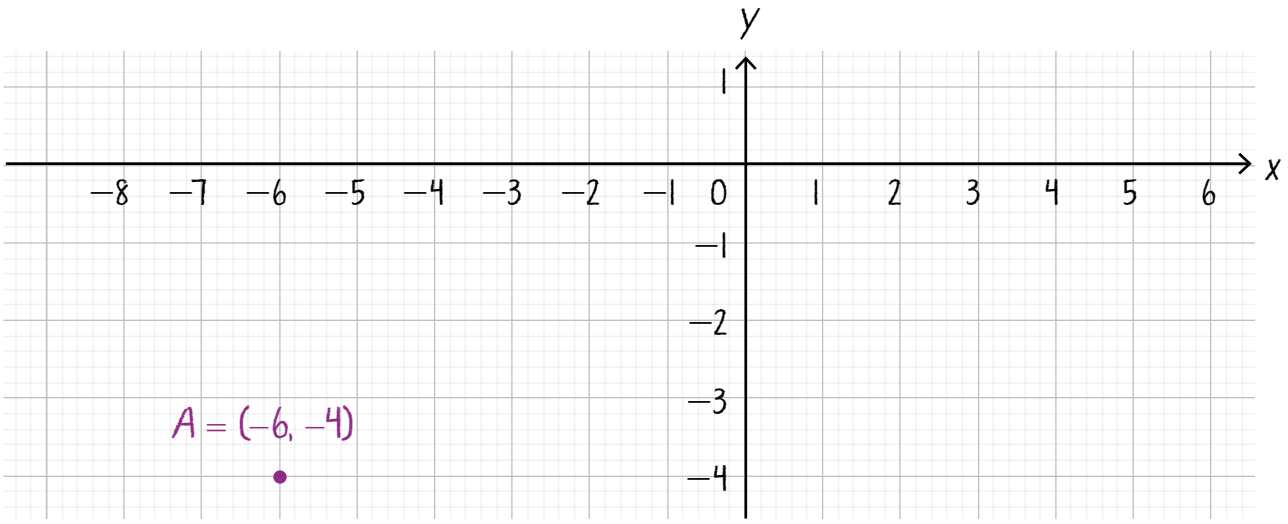
En este ejemplo la coordenada $x$ es positiva y la coordenada $y$ es negativa: $(5, -3)$. Por lo tanto, en el eje de las abscisas se cuentan 5 unidades hacia el lado derecho y después, en el eje de las ordenadas, se cuentan 3 espacios hacia la parte negativa, es decir, hacia abajo.




En el lugar de cruce se ubica el punto de las coordenadas. Se nombra **el punto**.

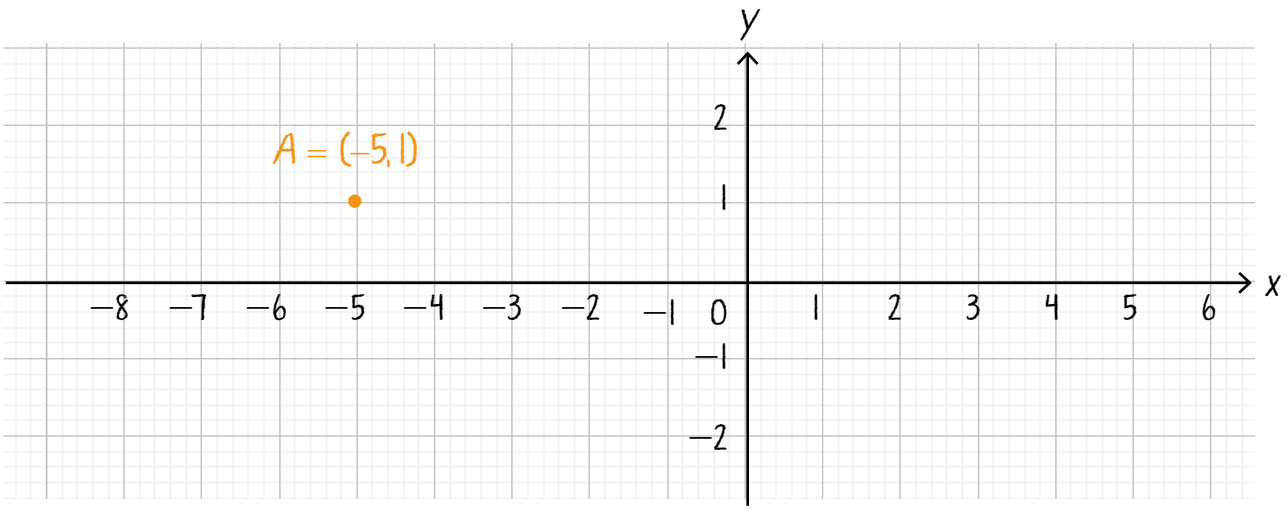
## Ubicación de dos coordenadas negativas

Cuando se tienen dos coordenadas con signo negativo, como (−6, −4), los puntos se ubican del lado izquierdo y hacia abajo del origen, como en este ejemplo.

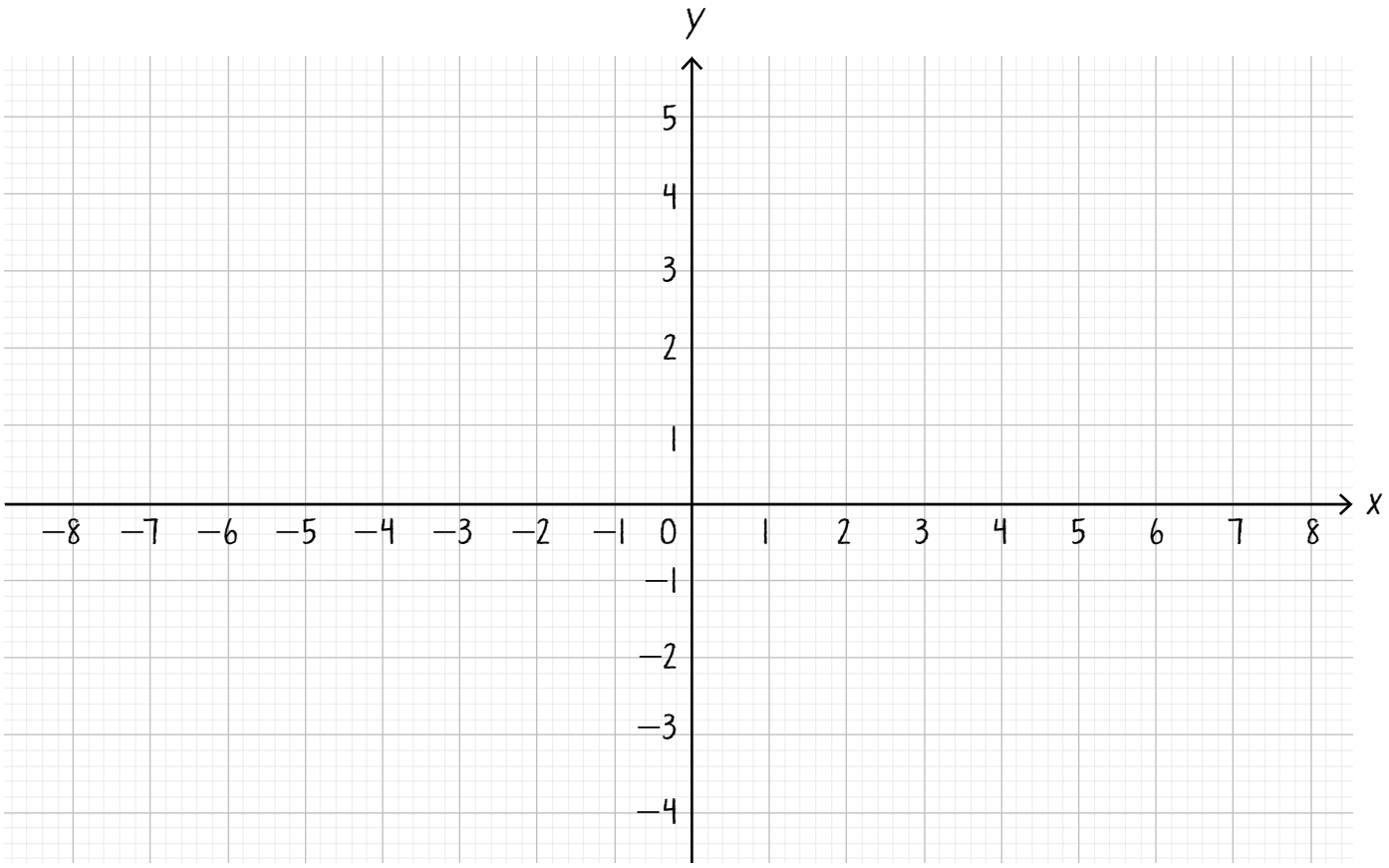



## Ubicación de coordenada negativa y positiva

Cuando la coordenada *x* es negativa y la coordenada *y* es positiva, como en (−5, 1), el primer punto se ubica del lado izquierdo del origen y el segundo, hacia arriba.



**Actividad 3.** Ubica las coordenadas en la posición correcta del plano cartesiano.




**a)** (4, 1)

**b)** (4, −1)

**c)** (2, 3)

**d)** (−2, −3)

**e)** (−2, 3)

**f)** (−3, −2)

**g)** (−3, 2)

**h)** (−3, −1)

**i)** (−2, −2)

## PROYECTO

**a)** Ya que conoces la importancia de activarte físicamente, elabora un sistema de coordenadas para localizar puntos de activación física cercanos a tu ubicación y en donde puedas ejercitarte, como algún parque, un centro deportivo, canchas, áreas verdes, por mencionar ejemplos. Considera tu ubicación como el origen en el plano.



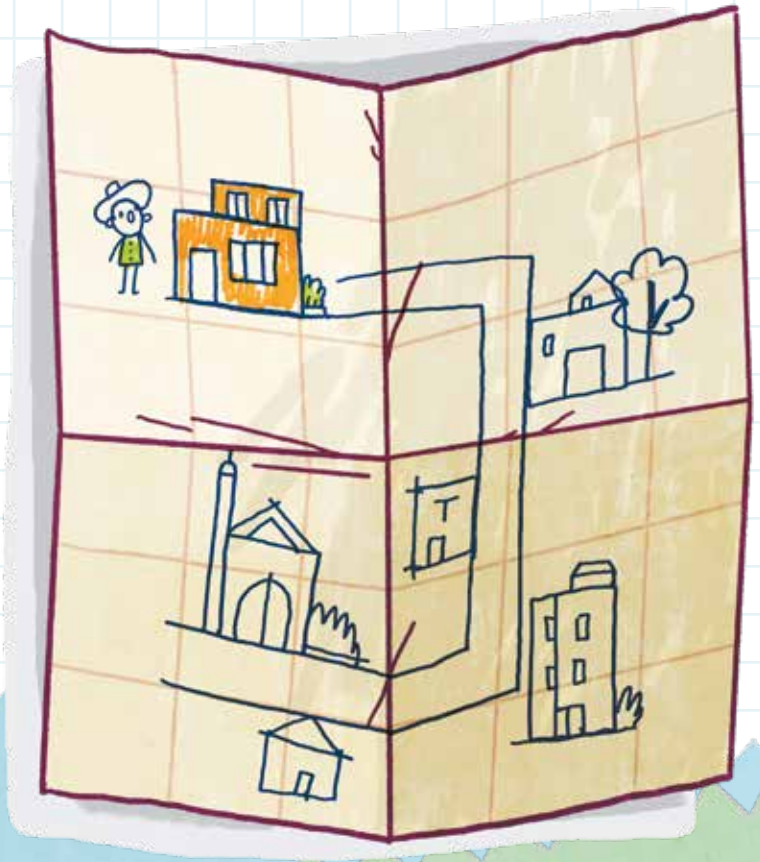
**b)** Anota las coordenadas y el nombre de los lugares que ubicaste, por ejemplo: "En $A = (3, -2)$ se ubica el parque".

# CIERRE

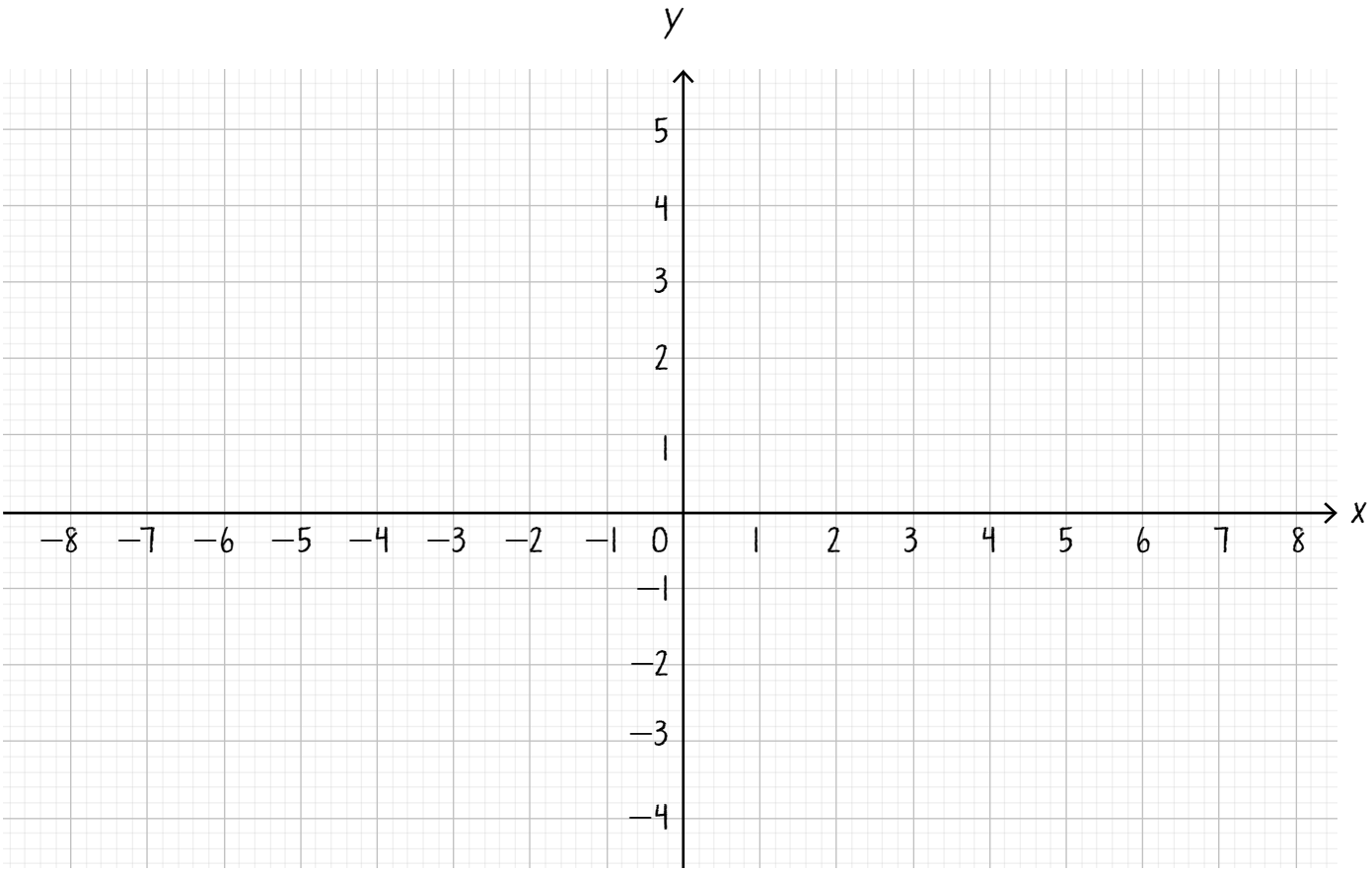
En esta secuencia conociste el plano cartesiano y el sistema de coordenadas, aprendiste a ubicar puntos en los cuatro cuadrantes y cómo nombrarlos. También comenzaste con el desarrollo del proyecto de la unidad.

**Actividad de cierre.** Refuerza lo aprendido, lee la situación y ubica las coordenadas en el plano cartesiano.

Fernando acaba de mudarse a un nuevo vecindario y para orientarse trazó un plano en el que su casa está ubicada en las coordenadas (2, 1). Unos días después, logró hacer algunas amistades y quiere revisar las distancias entre sus viviendas. Ayúdalo a marcar la ubicación de sus casas.



| | |
|---|---|
| Estefanía | (4, −2) |
| Roberto | (−7, 1) |
| Pedro | (8, 3) |
| José Luis | (2, −2) |
| Fernando | (2, 1) |



## PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

| Actividades | Sí |
|---|---|
| Leí sobre la activación física. | |
| Reflexioné sobre la cantidad de actividad física diaria que acostumbro realizar. | |
| Elaboré un sistema de coordenadas para localizar puntos de activación física cercanos a mi ubicación. | |



Secuencia

# 6

# *El trazo de rectas en el plano cartesiano*

En esta secuencia aprenderás a describir una función, a calcular una función dada y a elaborar tablas y gráficas en el plano cartesiano para representarla.

**PROYECTO**

Continuarás con el desarrollo del proyecto *Cálculos para una vida activa* con las actividades siguientes:

- Cálculo inicial del promedio de ejercicio acostumbrado durante una semana.
- Establecimiento de una meta de actividad física.
- Construcción y tabulación de una función para relacionar el aumento de la actividad física elegida.
- Elaboración de la gráfica de los valores de la función y socialización de la misma.

Como en secuencias anteriores, el ícono PROYECTO distingue las actividades del proyecto.

# INICIO

**Actividad de inicio.** Recupera tus conocimientos previos y haz lo que se te pide.

**a)** Encierra en un círculo ◯ la respuesta correcta.

**1.** Cuando compras tortillas, ¿de qué depende el precio que pagas por ellas?



- De la cantidad de tortillas que decides llevar.
- Del horario en que abren la tortillería.
- Del tamaño del local donde venden las tortillas.

**2.** Entre más kilos de tortillas compres, el costo a pagar:

- aumenta
- disminuye
- no cambia

**3.** En la sucesión 4, 8, 12, 16, la constante que se suma para obtener el número siguiente es:

- 2
- 4
- 6

**b)** Lee el texto y completa los espacios vacíos con la respuesta correcta.

1060 106 265

Yalitza gana $53.00 por hora repartiendo comida a domicilio. Si trabaja 2 horas en un día, recibe $_____; si labora 5 horas, le pagarán $_____. La semana pasada trabajó 20 horas, así que recibió $_____.

## Tema 1. La función en álgebra

**Una cantidad está en función de otra cuando depende de ella.**

Ejemplo:

**CÓDIGO COMÚN**

**Comensales:** cada una de las personas que comen en la misma mesa.

Si durante una comida se va a servir sopa de verduras, pollo y ensalada a cada persona que se siente a comer, entonces el número de platillos dependerá de la cantidad de **comensales**. Es decir, **los platillos están en función de las personas** que comerán la sopa: aumentan los comensales, aumenta la cantidad de platillos a servir.



Así, cuando se dice que la variable $y$ depende de la $x$, significa que los valores de la $y$ **dependen** de los valores que se le asignen a la $x$. En este caso, la cantidad de platillos a servir sería $y$, mientras que el número de comensales sería $x$.

En álgebra, lo anterior se escribe como una **función**.

$$y(x) = x$$

Las funciones pueden representarse con ecuaciones o fórmulas.

Se lee $y$ está en función de $x$. También puede escribirse como $f(x) = x$ y se lee: "la función de $x$ es igual a $x$", donde la función de $x$ es igual a $y$.

Una **igualdad** se caracteriza porque tiene un signo **igual** (=) que indica que lo que está del lado izquierdo es igual a lo que está del lado derecho. Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones matemáticas y se puede utilizar para representar una función. Una función es simplemente una relación entre dos o más valores.

A la $x$ y a la $y$ se les conoce como **variables** porque sus valores cambian de acuerdo con los datos que se tengan; por ejemplo, cuando se compran tortillas, el costo que se paga varía **en función** de la cantidad que se adquiera: $x$ kilos cuestan $y$ cantidad de pesos.

**CONEXIONES**

Repasa en la secuencia 1 de la unidad 1 de este módulo qué son las variables y cómo se representan en álgebra los valores que cambian.

Entonces, cuando se dice que la $y$ está en función de la $x$ significa que el valor de la $y$ depende de lo que valga la $x$. Por este motivo, a la $y$ se le conoce como **variable dependiente** y a la $x$ como **variable independiente**, ya que esta última puede tomar cualquier valor: en el ejemplo de las tortillas, puedo elegir si compro 5 o 10 kilos y de eso depende su valor.

Las situaciones cotidianas pueden representarse con funciones como la que se muestra.

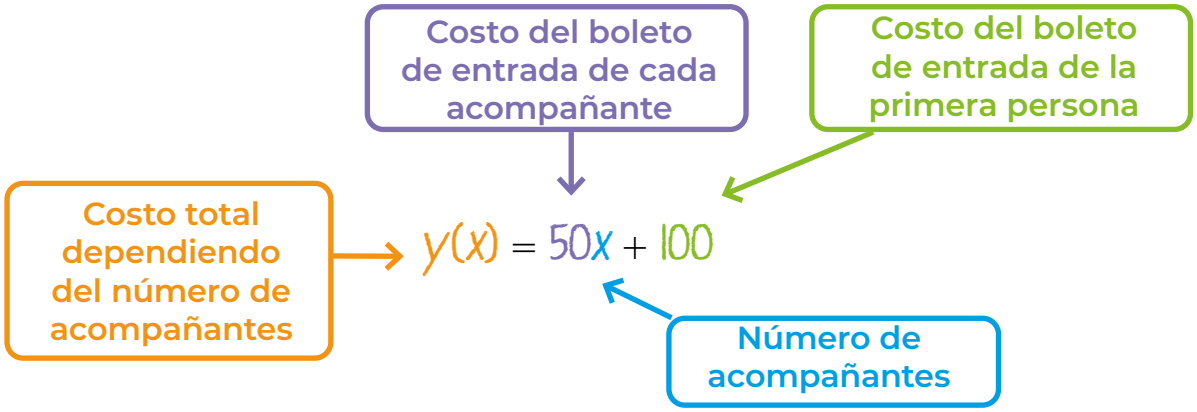
## Ejemplo:

En un parque de diversiones se cobra a $100 la entrada y tiene un día de promoción durante el cual se pagan $50 por cada boleto de las personas que acompañen a alguien que ya pagó $100 para entrar.



En este caso, el monto a pagar para entrar al parque depende o está en función del costo completo del boleto de una persona y de la cantidad de personas que la acompañan, cada una debe pagar solo $50.

Lo anterior puede escribirse de la siguiente forma y significa:




**Actividad 1.** Revisa con la siguiente actividad lo que aprendiste acerca de las funciones.

Marca con una paloma ✓ si las frases siguientes son verdaderas (V) o falsas (F).

| FRASES | V | F |
|---|---|---|
| ■ Una función relaciona dos valores distintos. | | |
| ■ La cantidad de sueldo de una persona a veces está en función de la cantidad de trabajo que realiza. | | |

## Frases

| | V | F |
|---|---|---|
| ■ El precio de las guayabas depende de la cantidad que se compra. | ☐ | ☐ |
| ■ En la función $f(x) = 6x$, la $x$ es la variable dependiente. | ☐ | ☐ |
| ■ Con la función $y(x) = x + 1$ se puede calcular cualquier valor de $y$ en función de $x$. | ☐ | ☐ |
| ■ En las funciones no deben escribirse sumas ni restas. | ☐ | ☐ |

## PROYECTO

Te proponemos mejorar tu calidad de vida aumentando tu actividad física diaria. Para ello, te sugerimos que organices un grupo con tu familia, amistades o personas del *Círculo de estudio* con el fin de que participen en la realización de algún ejercicio que todas las personas puedan realizar.

No es necesario que cuentes con aparatos especiales o que acudas a un gimnasio. Puedes activarte en tu domicilio, en parques o plazas; si eliges caminar, trotar o andar en bicicleta, patines o patineta, solo respeta las normas de tránsito y procura que se trate de un sitio seguro.



Por ejemplo, caminar es uno de los ejercicios más completos, solo necesitas zapatos adecuados y disponer de tiempo. Si lo prefieres o tienes problemas de salud que te imposibiliten hacerlo, puedes elegir otra actividad, como:

- Nadar
- Algún deporte de conjunto, como futbol, basquetbol, beisbol
- Trotar o correr
- Levantar pesas pequeñas
- Hacer estiramientos
- Lanzar una pelota
- Hacer inhalaciones (respirar)

Recuerda que cualquier aumento de actividad física tendrá repercusiones favorables para tu salud. Para establecer una meta realista te sugerimos platicar con tu médico acerca del ejercicio más conveniente para ti.

**a)** Si vas a caminar, mide la cantidad de pasos diarios que das durante una semana. Puede ser mediante un conteo mental mientras caminas, con una aplicación en tu celular o con un **podómetro**, en caso de que lo tengas. Si haces el conteo mental, la sugerencia es que lleves una libreta para anotar los pasos y el tiempo entre distintos puntos para no perder la cuenta, y que sumes las cantidades al final.




**CÓDIGO COMÚN**

**Podómetro:** también llamado cuentapasos u odómetro, es un aparato electrónico que cuenta los pasos que da una persona.

**TIC**

Recuerda platicar con tu médico sobre la mejor forma de activarte. En este video encontrarás una guía de respiraciones para aumentar tu capacidad pulmonar, pon atención a las indicaciones y suspende si sientes alguna incomodidad como las que se mencionan.
http://bit.ly/3OwKCsP

Si eliges otra actividad debes hacer lo mismo: encuentra una unidad de medida que se ajuste a ella. Por ejemplo, en el caso de la natación, elige la cantidad de brazadas que das; si vas a trabajar con pesas pequeñas, comienza con una serie de 3 levantamientos; si se trata de inhalaciones, cuenta el número de respiraciones profundas que puedes dar.

**b)** Registra tus resultados de la semana en la tabla siguiente y suma el total de pasos, brazadas, repeticiones, etc.

| Día | Actividad física |
|---|---|
| Lunes | |
| Martes | |
| Miércoles | |
| Jueves | |
| Viernes | |
| Sábado | |
| Domingo | |
| Total | |

Recuerda que el promedio es la suma de todos los valores entre la cantidad de datos que tienes. En este caso, divide el total entre siete porque esos son los días que tiene una semana.

**c)** Calcula el promedio semanal y escríbelo. Si apenas vas a iniciar en esta actividad, escribe cero.

El promedio que acabas de calcular será la base para establecer una **meta realista** de incremento en la cantidad de actividad. Recuerda que esta depende de lo que hayas elegido y de tu condición de salud.

Por ejemplo, hay distintas recomendaciones sobre la cantidad necesaria de pasos para mantenerse saludables, que por lo regular van de los 7 000 a los 10 000 diarios. Si eliges caminata, quizá una meta realista sea incrementar 1 000 pasos semanales mientras mejoras tu condición para alcanzar los 10 000.

**d)** Establece la meta de acuerdo con el tiempo disponible que tienes y tus posibilidades, pero trata de llegar poco a poco a la cantidad propuesta. Por ejemplo, puedes dar cada día 10 brazadas más en la alberca o levantar una vez más las pesas.

**TIC**

Para hacer pesas caseras, visita este enlace.
http://bit.ly/3XIF7RJ



Mi meta para mejorar mi condición física es aumentar _____ cada _____.

Anota tu meta en algún lugar visible para que te motives a alcanzarla.

## Tema 2. Cálculo de una función dada

Calcular una función significa encontrar cuánto vale la $y$ o variable dependiente para cada valor de la $x$ o variable independiente.

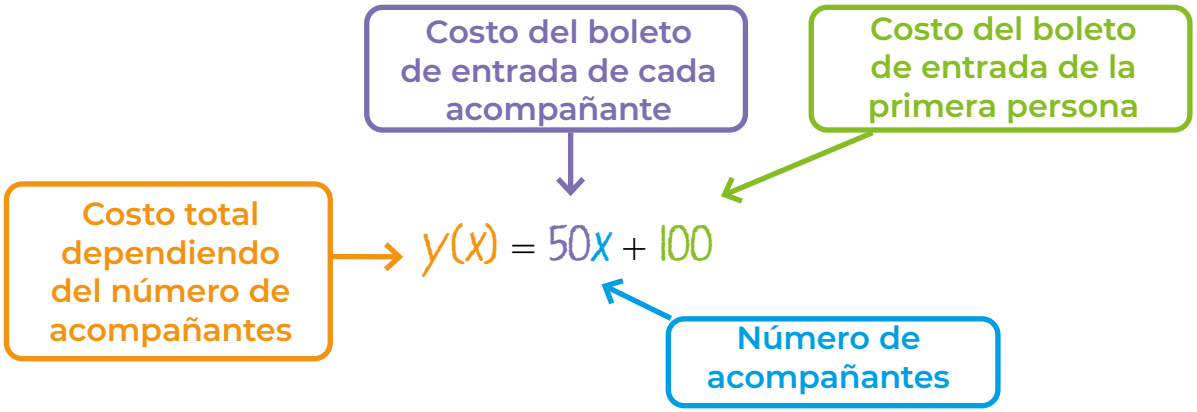
### Ejemplo:

Si estás preparando una taquiza y el precio de un kilo de tortillas es $ 20.80, puedes calcular los costos en función de los kilos: si compras 2 kilos, pagarás $ 41.60, si compras 3, serán $62.40, si son 5 kilos, el costo será de $ 104, etcétera.



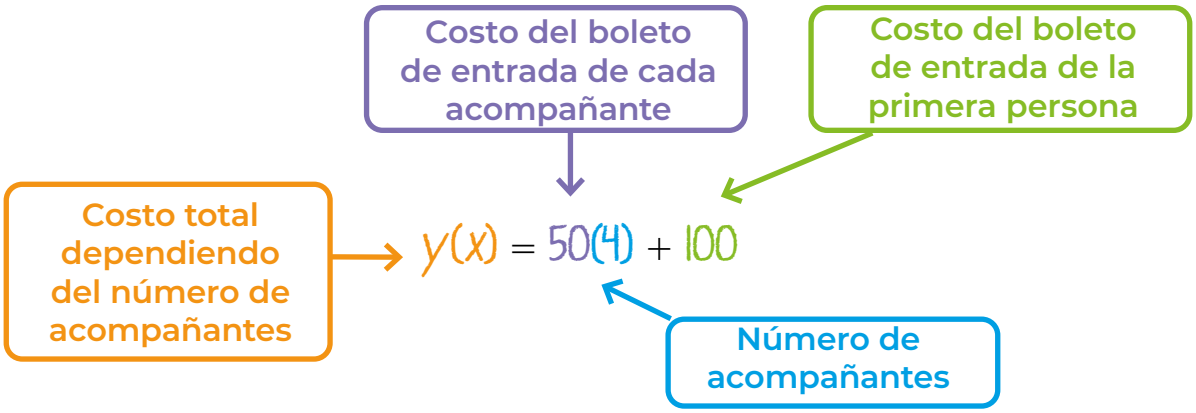
Observa cómo la relación entre kilos y precio es directamente proporcional, como aprendiste en primaria; asimismo, nota que se trata de una progresión aritmética, como también aprendiste en la primaria.

Con el ejemplo del parque de diversiones, puedes ver esta relación:



Para saber el costo total de entrada al parque de diversiones si van 4 acompañantes, se tiene que calcular la función de $X$ para $X = 4$.

Entonces, se sustituye la $X$ por cada número de acompañantes. Ya solo tienes que hacer las operaciones para encontrar el resultado.




$$y(x) = 50x + 100$$

$$y(4) = 50(4) + 100$$

$$y(4) = 200 + 100$$

$$y(4) = 300$$

En resumen, lo que hiciste fue lo siguiente:
- Sustituir $x$ por 4
- Multiplicar 50 por 4
- Sumar 200 más 100 para obtener el resultado

El resultado también puede escribirse como $y = 300$

Así que se tienen que pagar $300 para entrar al parque de diversiones si van 4 acompañantes. Es decir, el valor de $y$ es igual a 300 cuando $X$ toma el valor de 4.

**Actividad 2.** Revisa las funciones y calcula los resultados.

1. En la función $y(x) = 3x + 1$, ¿cuál es el valor de $y$ cuando $x$ toma el valor de 4?

Operaciones:

Resultado:

2. En la función $y(x) = 3x - 3$, ¿cuál es el valor de $y$ cuando $x$ toma el valor de 5?

Operaciones:

Resultado:

**3.** En la función $y(x) = 8x$, ¿cuál es el valor de $y$ cuando $x$ toma el valor de 2?

Operaciones:

Resultado:

**4.** En la función $y(x) = -2x + 7$, ¿cuál es el valor de $y$ cuando $x$ toma el valor de 4?

Operaciones:

Resultado:

**5.** En la función $y(x) = x + 4$, ¿cuál es el valor de $y$ cuando $x$ toma el valor de $-9$?

Operaciones:

Resultado:

**6.** En la función $y(x) = -3x$, ¿cuál es el valor de $y$ cuando $x$ toma el valor de $-7$?

Operaciones:

Resultado:

**7.** En la función $y(x) = 3x^2$, ¿cuál es el valor de $y$ cuando $x$ toma el valor de 2?

Operaciones:

Resultado:



## PROYECTO

Para plantear tu función:

- Los valores para $x$ serán los periodos en que aumentarás la cantidad de ejercicio. Puede ser diario, semanal, quincenal, mensual, entre otros.
- Los valores para $y$ son la cantidad de ejercicio a realizar medido en pasos, brazadas, levantamiento de pesas, inhalaciones, velocidad o kilómetros recorridos.
- En el ejemplo, se decidió que el aumento fuera semanal, así que en el eje $x$ se debe escribir: semana 1, semana 2, semana 3, etc. Si prefieres abreviarlo, escribe solo 1, 2, 3, etc., y agrega abajo el nombre del eje: Semanas.
- En cuanto a $y$, en el ejemplo serán los pasos que se dan de acuerdo con la meta planeada: si se decidió incrementar 1 000 pasos a la semana, sugerimos que los valores del eje $y$ vayan de 1000 en 1000. Entonces, para el ejemplo, esta sería la función:

$$f(x) = 1000x + 3450$$

1. Plantea ahora tu función, de acuerdo con tu meta. Para ello:

   - Revisa el promedio que obtuviste, porque partirás de esa cantidad, y el aumento diario, cada dos días, semanal o como lo hayas programado en tu meta.

   - Reemplaza el valor de tu unidad de medida en la función. Recuerda que tu promedio corresponde a la semana cero, porque de ahí partirás.

2. Establece tu función con tus propios valores y escríbela en el recuadro:

**CÓDIGO COMÚN**

**Acuerdo consensuado:** decisión que toman dos o más partes (personas, organizaciones, países, etc.) cuando logran ponerse de acuerdo.

3. Revísala con las personas que te acompañarán en tu activación física y crea acuerdos con ellas acerca de la cantidad de ejercicio y el incremento propuesto. En caso de ser necesario, modifica tus valores y reescribe tu función con un **acuerdo consensuado.**

Has creado la función para llevar el registro de tu incremento de actividad física.

## Tema 3. Tablas con rangos de valores para una función

Como has visto con los ejemplos, en las funciones las variables adquieren distintos valores y por lo mismo se tienen resultados diferentes. Cuando se necesita saber cómo se comporta una función para más de un valor, se calcula $y$ con los distintos valores que interesan.

Una forma sencilla de ordenar los valores de $y$ que se van a calcular es mediante una **tabla de valores** como las que ya has hecho para representaciones como gráficas de barras o histogramas.

Como la lista de resultados puede ser infinita, es necesario especificar los valores que se tomarán en cuenta para calcular los valores de la $y$. Estos son un conjunto de números consecutivos que reciben en álgebra el nombre de **rango de valores**.

Para hacer la tabla se comienza por escribir en la misma los títulos de las columnas: $x$ y $y$, en el orden que se muestra, y agregar los valores de $x$ que interesan. En el ejemplo del costo de los boletos, desde 0 hasta 4 acompañantes.

$$y(x) = 50x + 100$$

**CONEXIONES**

Como has visto desde primaria, la tabla es un elemento importante para organizar la información, tanto para entenderla como para graficarla. Repasa el tema de graficación de tablas en las secuencias 9, 10, 11 y 12 de la unidad 3 del módulo *Pensamiento matemático 3.*

No confundas este rango de valores con el rango estadístico, medida de dispersión que indica la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de un conjunto de datos; ni con la clase estadística, que está formada por intervalos de datos y que revisaste en la secuencia 10 de la unidad 3 del módulo *Pensamiento matemático 3.*

En este caso, el rango de valores para $x$ va desde 0 hasta 4.
$y(x) = 50x + 100$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |

En resumen, los números de la columna de la izquierda son los valores que toma la $x$, mientras los de la columna de la derecha son los valores de $y$, es decir, los resultados que arroja la función para cada uno de esos valores.

Estos son los cálculos realizados para llenar la tabla, sustituyendo cada valor de $x$ y resolviendo las operaciones.

| $x$ | $y$ | $y(x) = 50x + 100$ |
|---|---|---|
| 0 | 100 | $y(0) = 50(0) + 100 = 100$ |
| 1 | 150 | $y(1) = 50(1) + 100 = 150$ |
| 2 | 200 | $y(2) = 50(2) + 100 = 200$ |
| 3 | 250 | $y(3) = 50(3) + 100 = 250$ |
| 4 | 300 | $y(4) = 50(4) + 100 = 300$ |

En la tabla se muestra la información de cuánto cuesta el boleto para entrar al parque cuando no va ningún acompañante ($x = 0$), cuando va uno ($x = 1$), cuando van dos ($x = 2$), cuando van tres ($x = 3$) y cuando van cuatro acompañantes ($x = 4$). Así es como queda:

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 100 |
| 1 | 150 |
| 2 | 200 |
| 3 | 250 |
| 4 | 300 |

**Actividad 3.** Observa las tablas y en cada recuadro escribe el inciso de la tabla a la que pertenecen los valores mencionados.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 2 |
| 1 | 4 |
| 2 | 6 |
| 3 | 8 |
| 4 | 10 |
| 5 | 12 |
| 6 | 14 |

A

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| −3 | 7 |
| −2 | 4 |
| −1 | 2 |
| 0 | 5 |
| 1 | 2 |
| 2 | 1 |
| 3 | 0 |

B

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| −2 | 6 |
| −1 | 5 |
| 0 | 4 |
| 1 | 3 |
| 2 | 2 |
| 3 | 1 |
| 4 | 0 |

C

- ☐ Al calcular la función para $x = 2$ se obtuvo que $y = 2$
- ☐ Al calcular la función para $x = 1$ se obtuvo que $y = 4$
- ☐ Al calcular la función para $x = 4$ se obtuvo que $y = 10$
- ☐ Al calcular la función para $x = 2$ se obtuvo que $y = 1$
- ☐ Al calcular la función para $x = -1$ se obtuvo que $y = 2$
- ☐ Al calcular la función para $x = 0$ se obtuvo que $y = 5$
- ☐ Al calcular la función para $x = 3$ se obtuvo que $y = 8$
- ☐ Al calcular la función para $x = -2$ se obtuvo que $y = 6$

## PROYECTO

Ya tienes tu función, es momento de crear la tabla de valores correspondiente, donde se refleje la cantidad de ejercicio que decidiste aumentar cada determinado tiempo hasta alcanzar tu meta.

En el ejemplo, la función es $f(x) = 1000x + 3450$, donde $x$ aumenta de 1 en 1:

Esto quiere decir que, en el ejemplo, al inicio se parte de 3450 pasos, y de ahí se va dando el incremento de 1000 en 1000 una vez a la semana hasta alcanzar un valor entre 7000 y 10000.

| Semanas ($x$) | Pasos ($y$) |
|---|---|
| 0 | 3450 |
| 1 | 4450 |
| 2 | 5450 |
| 3 | 6450 |
| 4 | 7450 |

En este caso, se requirieron cuatro incrementos para alcanzarlo.

**a)** Construye tu tabla con tu incremento programado.

**b)** Ya tienes tu tabla de valores. Revísala junto con las personas que caminarán contigo.

## Tema 4. Gráfica de la tabla de valores de una función

Las funciones y los distintos valores que se obtienen al variar los valores de $x$ y de $y$ pueden graficarse en el plano cartesiano. Para hacer la gráfica, se considera que cada par de valores de $x$ y $y$ corresponda con las coordenadas $(x, y)$ de un punto dentro del plano cartesiano.

**CONEXIONES**

Revisa la secuencia 5 de esta unidad y módulo para recordar cómo graficar coordenadas en un plano cartesiano.

En el mismo ejemplo que se ha trabajado, tenemos la ecuación y la tabla para conocer el costo por acompañante en un parque de diversiones.

$$y(x) = 50x + 100$$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 100 |
| 1 | 150 |
| 2 | 200 |
| 3 | 250 |
| 4 | 300 |

En total se tienen cinco puntos en la tabla, cada uno con sus propias coordenadas $(x, y)$. El primer punto de la gráfica está formado por las coordenadas (0, 100), que corresponden a la persona que entra sola, sin acompañante.

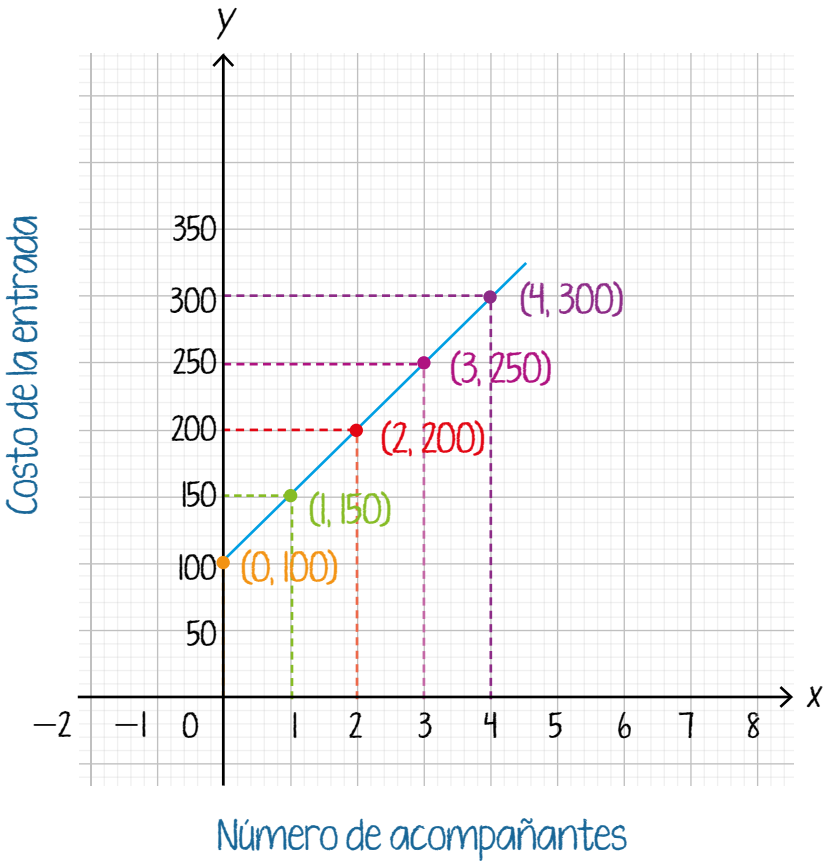
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 100 |
| 1 | 150 |
| 2 | 200 |
| 3 | 250 |
| 4 | 300 |

Puntos asociados

(0, 100)
(1, 150)
(2, 200)
(3, 250)
(4, 300)

Cuando se tiene una persona acompañante, se pagan $150; cuando se tienen dos, el costo es de $200, y así sucesivamente.

Se localizan los puntos en el plano cartesiano y se unen para crear la gráfica de la función que, como puede verse, es una **línea recta**.



De esta forma se grafican los valores de una función en el plano cartesiano. Como en este caso los valores de $x$ y de $y$ son muy distintos, puedes modificar la escala de los ejes, siempre y cuando se respete la proporción, como en la gráfica.

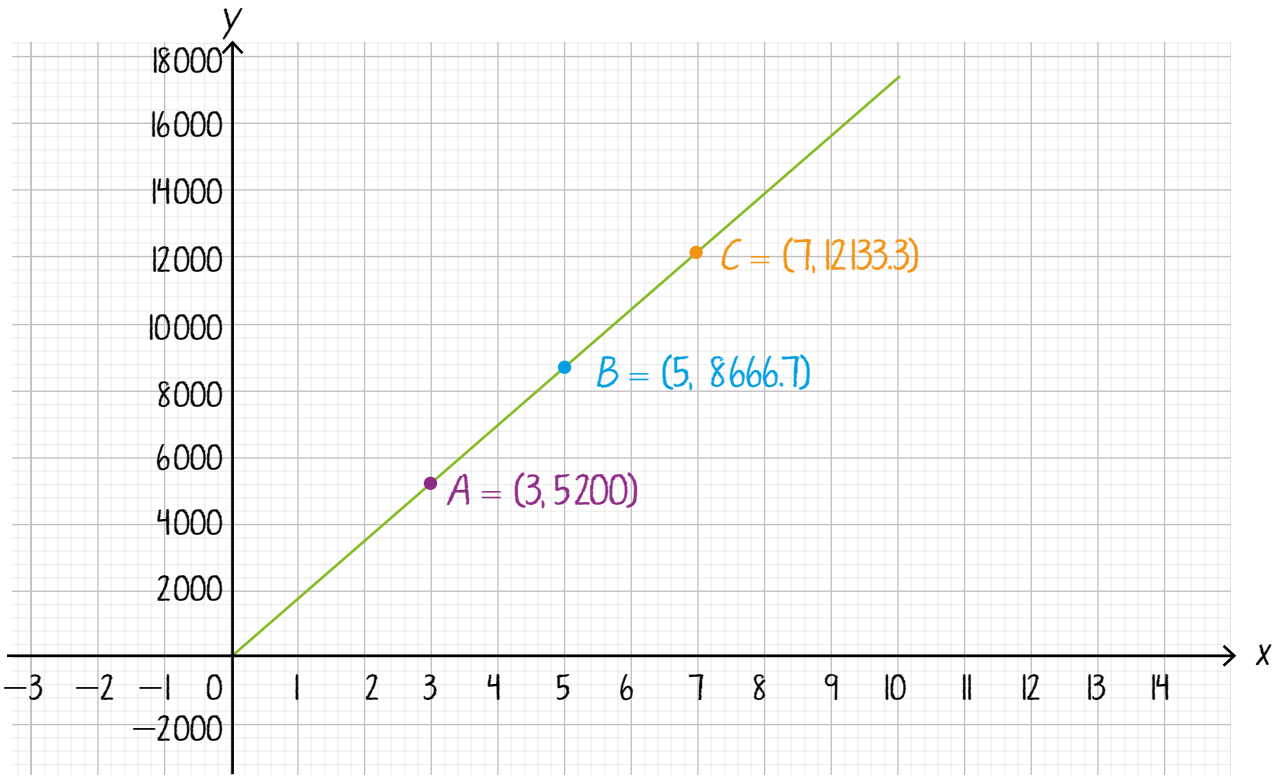
En este otro ejemplo, los valores de $x$ y $y$ son todavía más distintos, así que se utilizan dos escalas: una para los valores de $x$ y otra para los de $y$.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 3 | 5 200.0 |
| 5 | 8 666.7 |
| 7 | 12 133.3 |

**TIC**

Geogebra es un programa gratuito de matemáticas disponible en línea que tiene una aplicación denominada Geometría, con la cual puedes crear gráficas en plano cartesiano. Explora este recurso en el siguiente enlace:
https://www.geogebra.org/geometry

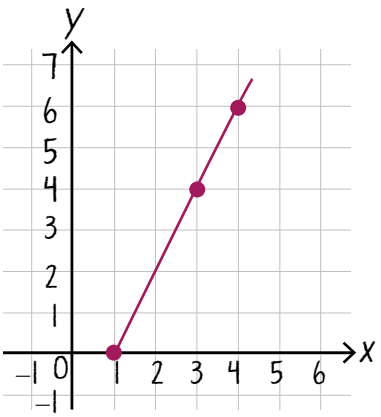
En la gráfica, se representan de esta forma:



**Actividad 4.** Pon a prueba tus aprendizajes con los ejercicios.

**a)** Une cada gráfica con la tabla que le corresponde.

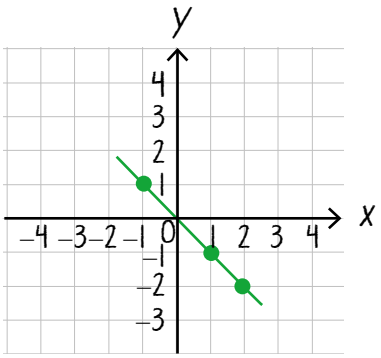
**1.**




| x | y |
|---|---|
| −4 | 5 |
| −3 | 4 |
| −1 | 2 |

( )

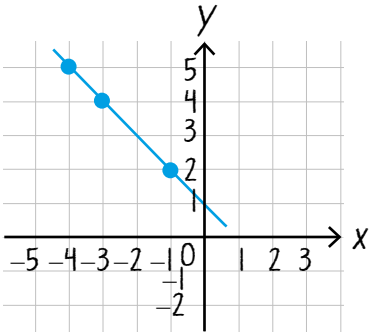
**2.**




| x | y |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 3 | 4 |
| 4 | 6 |

( )

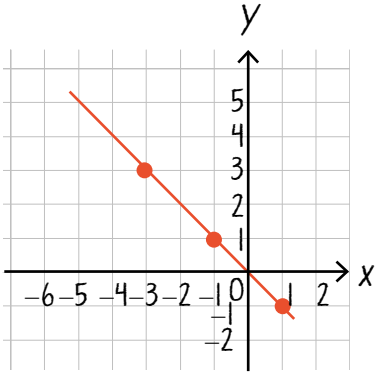
**3.**




| x | y |
|---|---|
| −3 | 3 |
| −1 | 1 |
| 1 | −1 |

( )

**4.**




| x | y |
|---|---|
| −1 | 1 |
| 1 | −1 |
| 2 | −2 |

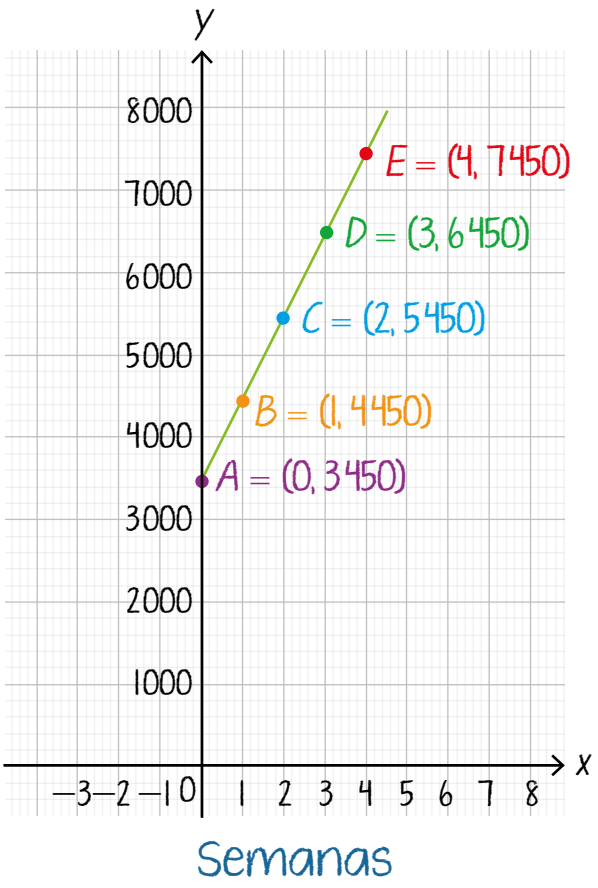
( )

## PROYECTO

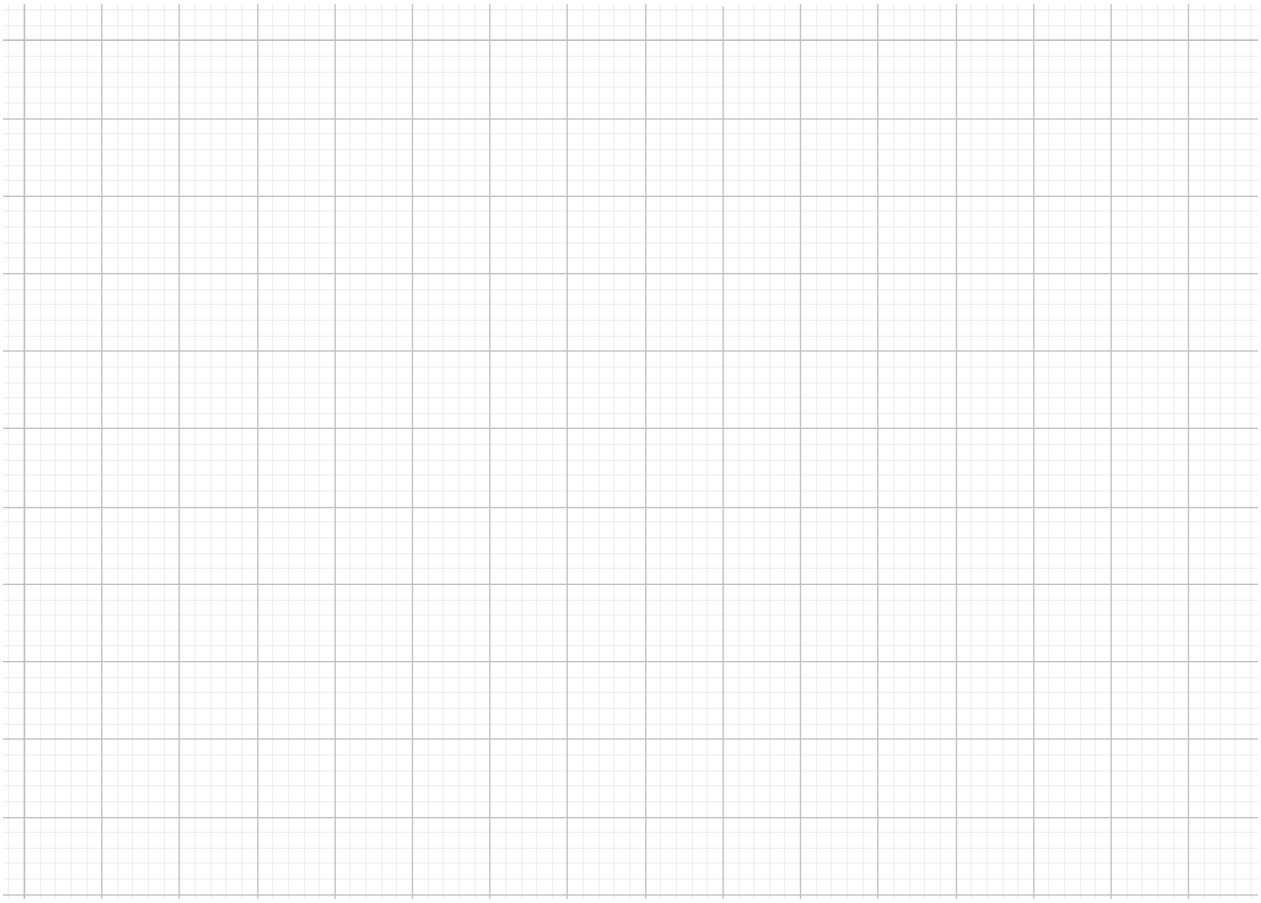
Para concluir tus actividades del proyecto en esta secuencia, elabora la gráfica a partir de tu tabla de valores. En el ejemplo que se ha utilizado sobre caminata, sería la siguiente, donde el eje de las $X$ señala los pasos extra dados cada cierto tiempo, y el total de pasos con el incremento sea $y$.

$$f(x) = 1000x + 3450$$

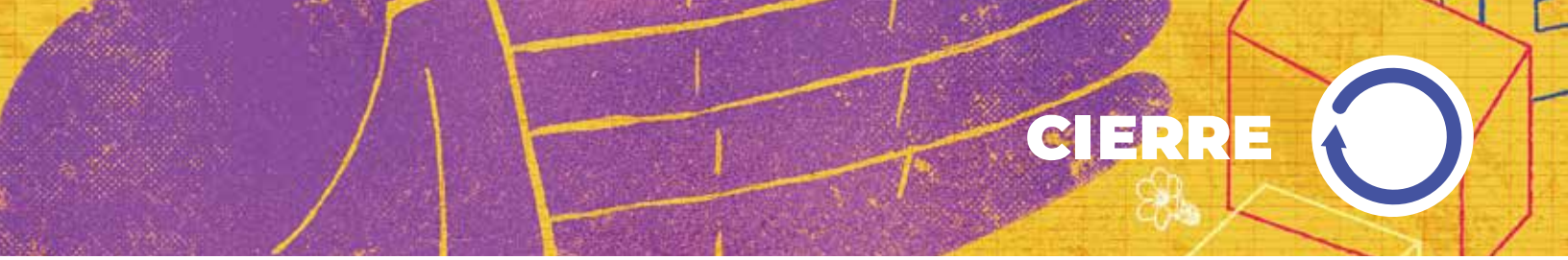
| Semanas ($x$) | Pasos ($y$) |
|---|---|
| 0 | 3 450 |
| 1 | 4 450 |
| 2 | 5 450 |
| 3 | 6 450 |
| 4 | 7 450 |



Crea la gráfica de tu función.



Comparte la gráfica con las personas que te acompañarán en la activación física, les ayudará a visualizar la meta propuesta.




En esta secuencia conociste qué es una función, cómo calcular una función dada, cómo representar sus coordenadas en una tabla y de qué forma se crea una gráfica que represente sus valores en el plano cartesiano. También continuaste con las actividades del proyecto de la unidad.

**Actividad de cierre.** Repasa los temas de la secuencia.

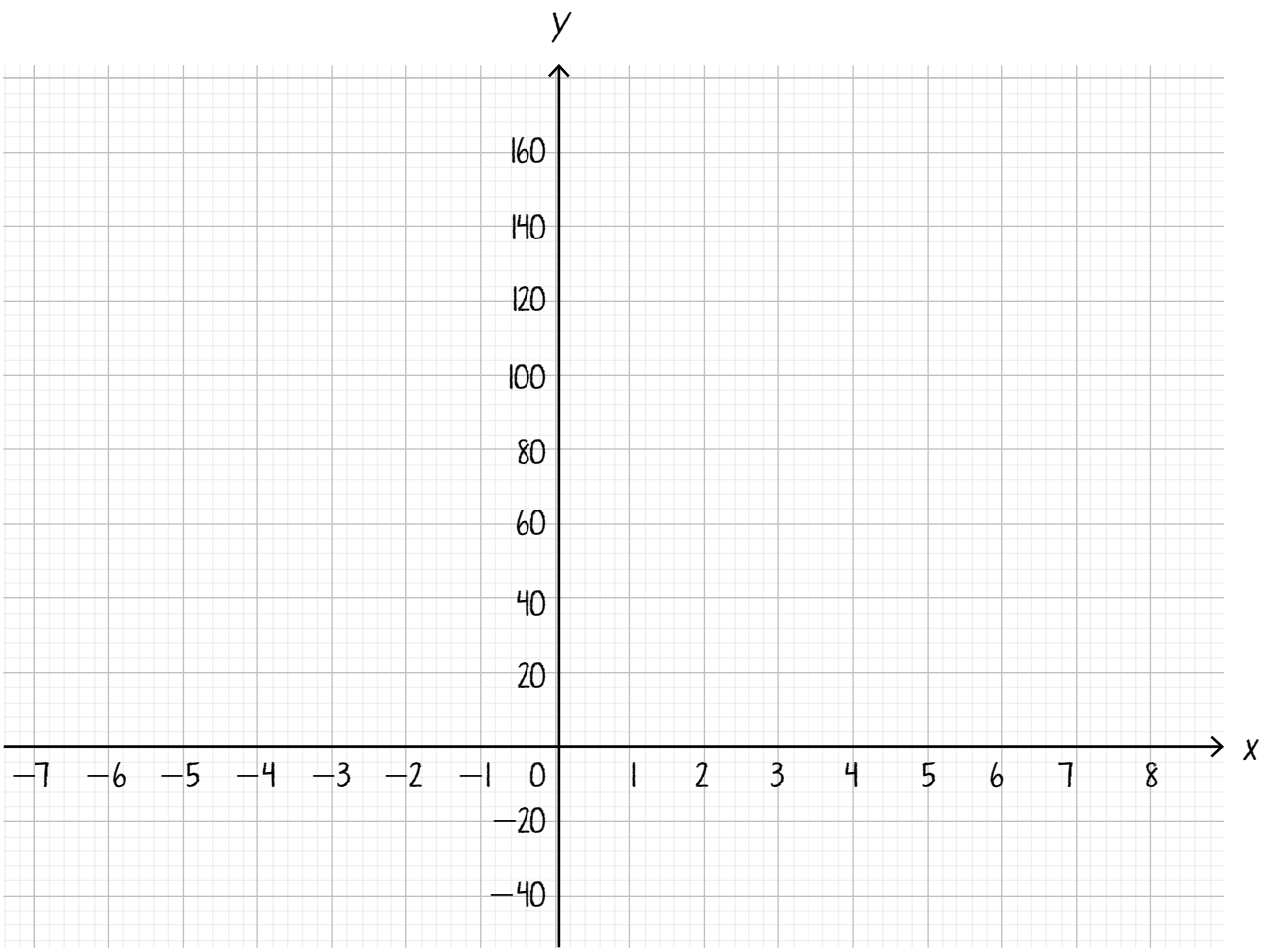
**a)** Escribe en los espacios vacíos la opción correcta en cada caso.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x$ | $y$ | dependiente | es una función |
| plano cartesiano | tabla | independiente | |

Las funciones definen la relación que existe entre dos variables. Por ejemplo, la expresión $y(x) = 3x + 4$ _____. En la función $y(x) = x - 1$, la $y$ es la variable _____ y la $x$ es la variable _____, lo cual significa que los valores de la _____ dependen de los valores de la _____. Los valores de una función pueden calcularse empleando una_____ y graficarse en el _____.

**b)** Francisco está cotizando el kilo de tortillas para una taquiza, necesita los valores para tres cantidades diferentes: 3 kg, 4 kg y 5 kg. Considera estos datos como la variable $X$, elabora una tabla con ellos y crea la gráfica de la función.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |



**c)** Responde las preguntas siguientes.

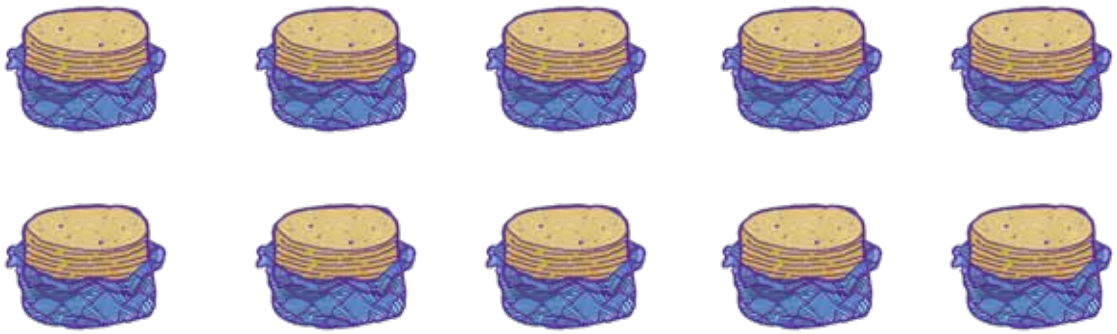
**1.** ¿Qué coordenada corresponde a los 4 kilos de tortillas?



**2.** ¿Cuál es la función de $X$ cuando $X = 5$?

**3.** ¿Qué tipo de línea se formó cuando graficaste los datos?

**4.** Si Francisco tuviera que comprar 10 kilos de tortillas, ¿cuánto dinero pagaría?



## PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

| Actividades | Sí |
|---|---|
| Hice un cálculo inicial del promedio de ejercicio acostumbrado a la semana. | |
| Establecí una meta de actividad física. | |
| Construí y tabulé una función para relacionar el aumento de la actividad física elegida. | |
| Tabulé los valores que arrojó la función. | |



Secuencia

7

# *La interpolación y su procedimiento*

En la secuencia que ahora comienzas aprenderás qué es y cómo se aplica la interpolación de puntos en un plano cartesiano, tema que se emplea en problemas estadísticos.

**PROYECTO**

En esta secuencia también darás continuidad al proyecto *Cálculos para una vida activa*, con las actividades que se enumeran:

- Lectura y comentarios de recomendaciones para iniciar un plan de activación física.
- Interpolación de las coordenadas de un punto en la gráfica de la función para proyectar futuros cambios en la activación.

Recuerda que utilizamos el ícono **PROYECTO** para diferenciar las actividades del proyecto.

# INICIO

**Actividad de inicio.** Recupera tus aprendizajes previos y haz lo que se te pide.

**a)** Responde las preguntas siguientes.

**1.** Completa la progresión con el dato faltante:

2, 8, 14, _____, 26

**2.** Describe el procedimiento que seguiste para encontrar el dato anterior.

_____

_____

**3.** Si varía el costo de una blusa artesanal dependiendo del trabajo de bordado que tiene, y sabes que el precio más alto es de $1500 y el más bajo es de $300. ¿Cómo puedes determinar cuánto costará la blusa de costo intermedio?

_____

_____

**4.** Además de conocer precios, menciona dos situaciones en las que te ha servido o te puede servir encontrar un dato desconocido entre dos valores que ya conozcas.

_____

_____

**5.** ¿Cuántos valores consideras que son necesarios para graficar una función?

_____

## Tema 1. Qué es una interpolación y cómo se realiza

En la secuencia anterior conociste las funciones y aprendiste a graficar un **rango de datos** en un plano cartesiano. Sin embargo, a veces solo se conocen algunos datos de una función, pues no se cuenta con la información completa ni con la ecuación en sí. En otros casos, no se conoce la función que describe a una gráfica.

**CONEXIONES**

Consulta en la secuencia 6 de esta unidad y módulo en qué consiste un rango de datos algebraico y en qué se diferencia de un rango estadístico.

Si solo se conocen algunos valores de una tabla, no se sabe cuál es la función $y(x)$, pero sí cuánto vale para $x = 1$, $x = 3$ y $x = 7$, ¿cómo saber cuánto vale la $y$ cuando $x = 4$?

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 3 | 3 |
| 7 | 7 |

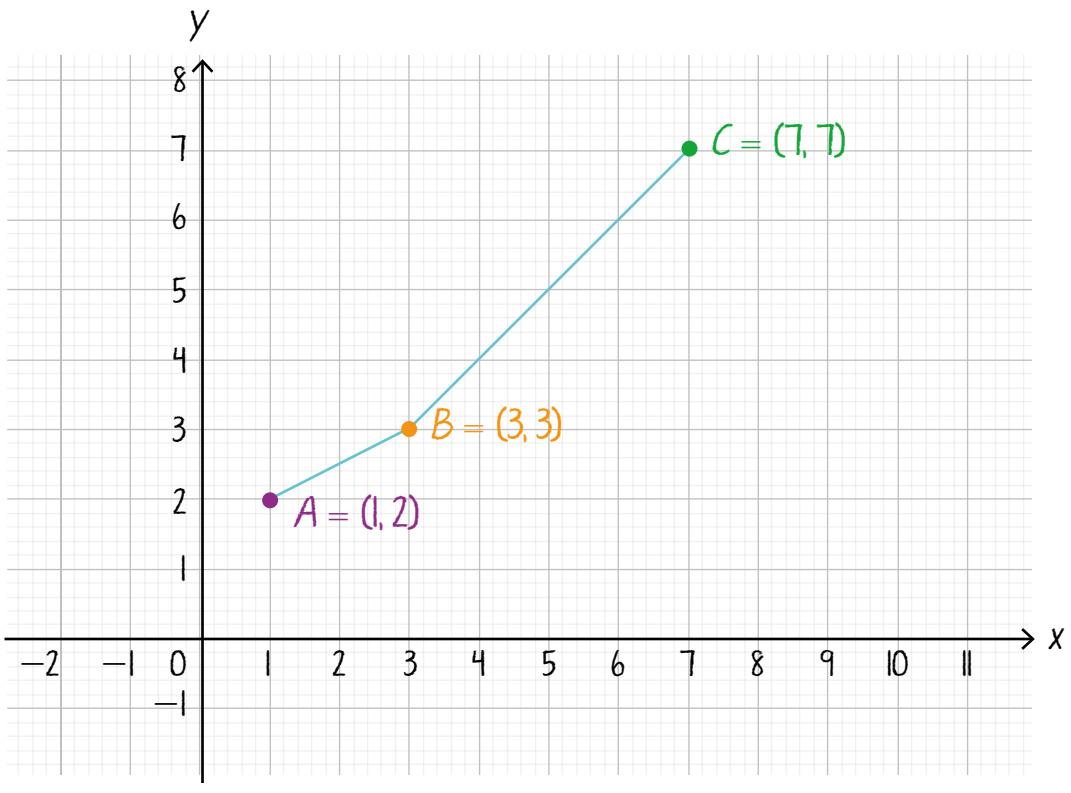
El valor de $x = 4$ se encuentra dentro del rango de valores que se conocen, porque en la tabla se tiene hasta $x = 7$. Cuando se quiere calcular el valor de la $y$ para un valor de la $x$ que está **dentro** del rango de valores conocido, se necesita hacer una **interpolación**.

La **interpolación**, por lo tanto, es un **método** a través del cual se encuentran puntos en una tabla o gráfica a partir de un conjunto de datos que esta misma contiene.

Para hacerla, primero se debe ubicar el valor que se quiere conocer en la tabla. Asegúrate de que los datos de la tabla estén ordenados de acuerdo con el valor de $X$.

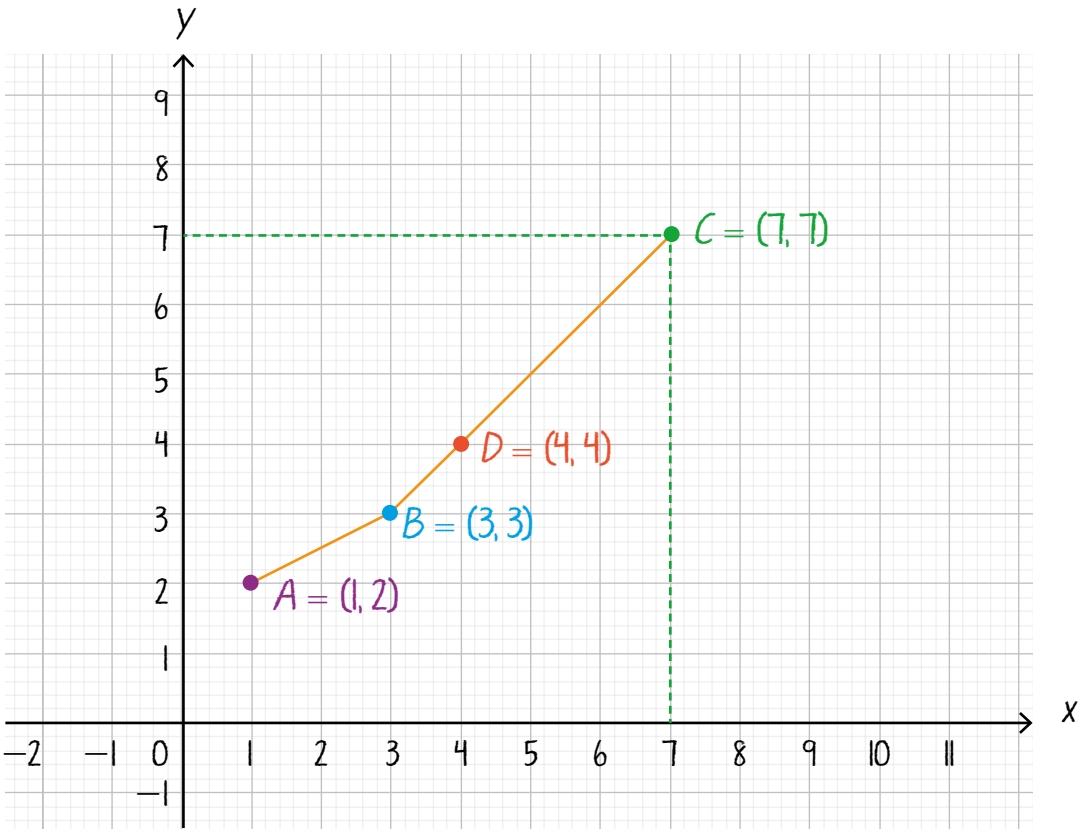
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | 4 |
| 7 | 7 |

A continuación, se grafica la tabla.




Una vez que se grafica la función utilizando los valores que se conocen, el problema de encontrar cuánto vale y cuando $X = 4$ se reduce a buscar ese punto en la gráfica para $y$.

Se ubica el punto $X = 4$ en el eje horizontal y se sube hasta tocar la recta de la gráfica, para de ahí desplazarse al eje vertical en línea recta, hasta donde se toca dicho eje de las $y$.




De esta forma se puede encontrar que, cuando $X = 4$, el valor de $y = 4$.

Puntos asociados

| x | y |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | 4 |
| 7 | 7 |

(1, 2)

(3, 3)

(4, 4)

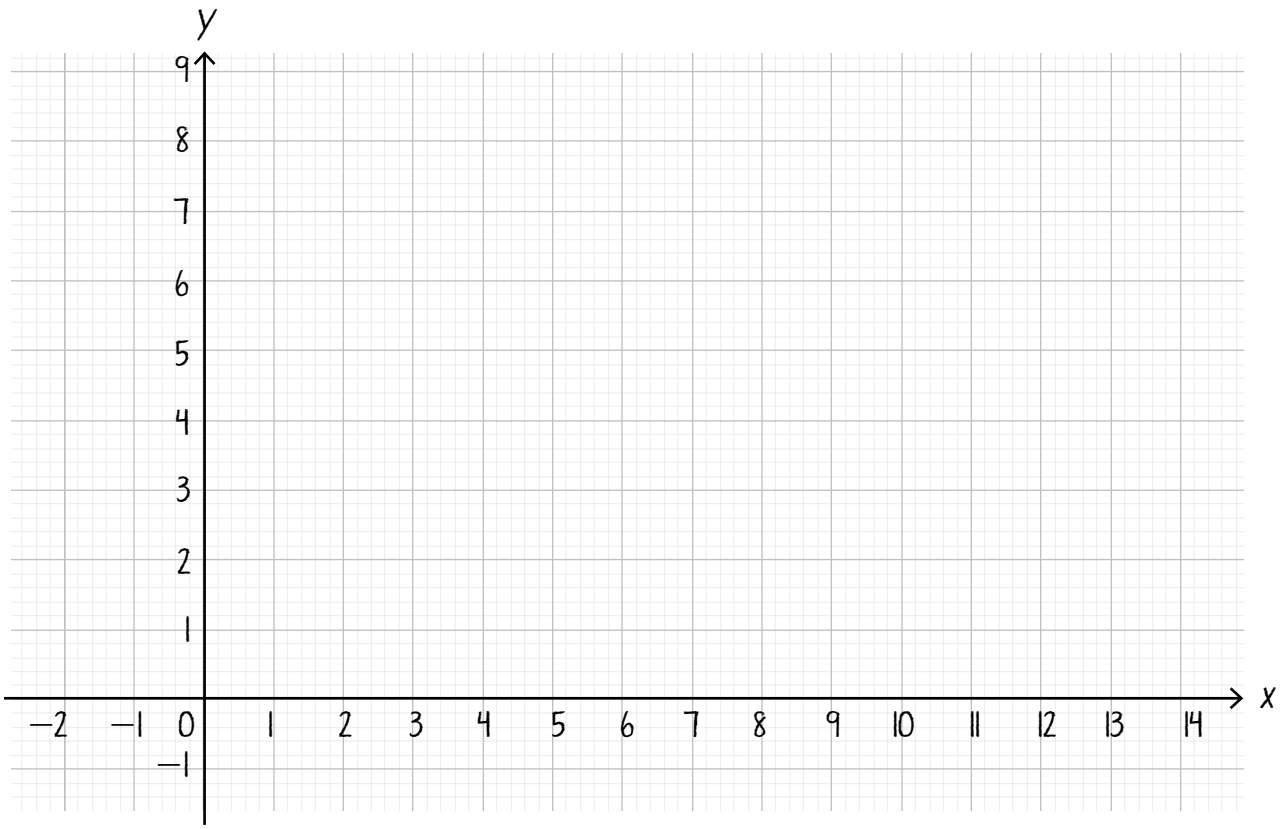
(7, 7)

La interpolación sirve para calcular valores de los cuales no se han realizado mediciones, a partir de otros datos que ya se tienen. Este proceso es útil en los análisis estadísticos, como los que has visto en secuencias anteriores sobre análisis de datos.

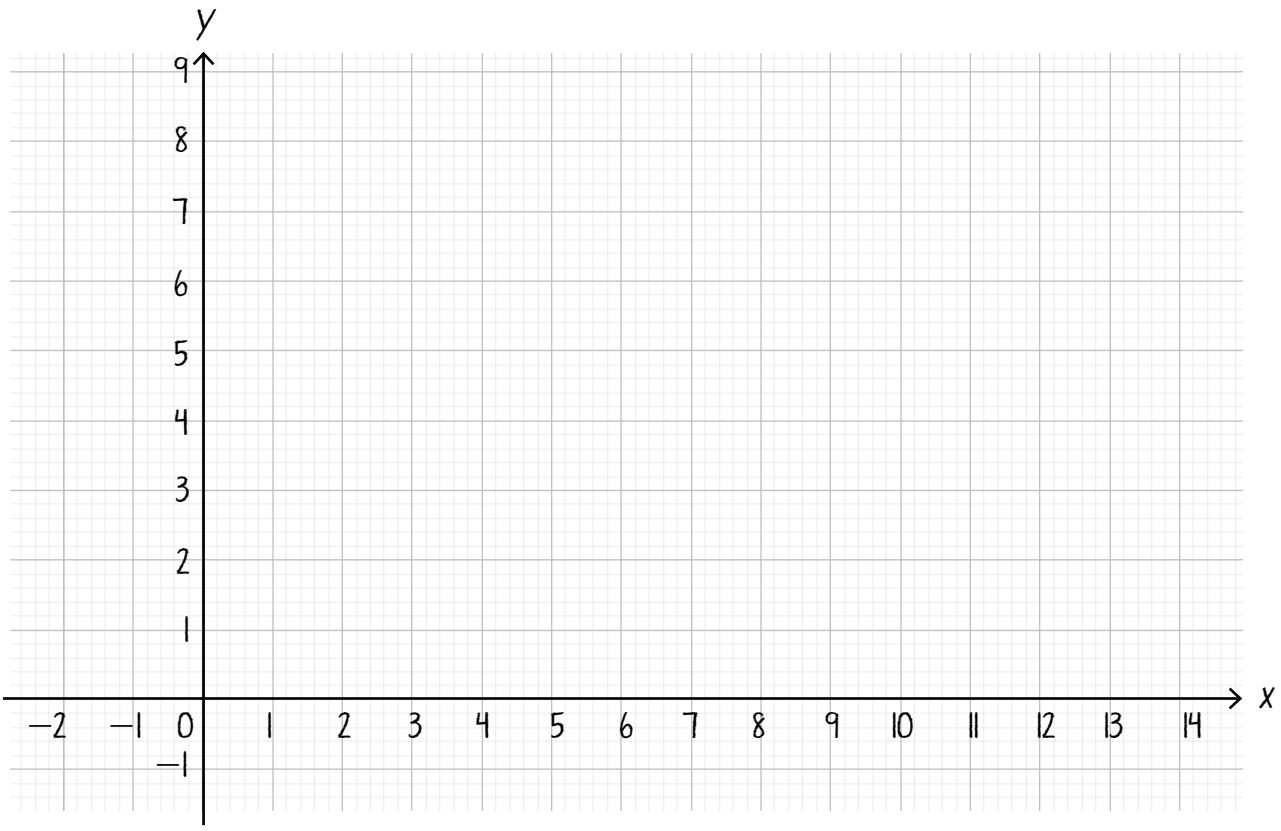
Disponer de estos datos aproximados es de gran ayuda para instituciones gubernamentales, organizaciones de la sociedad civil y todo tipo de persona que requiera completar su información para tomar decisiones.

**Actividad 1.** Revisa las tablas de datos, grafícalas y encuentra el valor que falta.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 2 | 3 |
| 4 | |
| 5 | 9 |



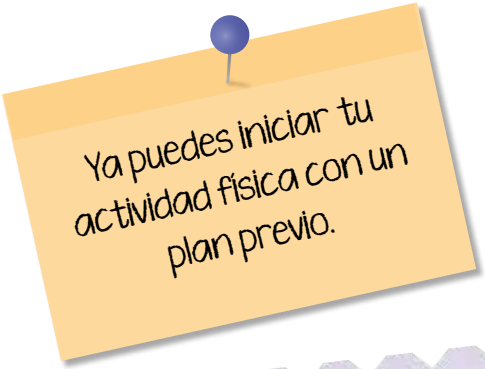
| *x* | *y* |
|---|---|
| 0 | 4 |
| 3 | |
| 4 | 0 |



## PROYECTO

Ya tienes establecido el plan de ejercicio para activarte físicamente en compañía de otras personas. Antes de iniciar sigue las recomendaciones siguientes:

- Consulta en el centro de salud las recomendaciones de alimentación y activación física. En algunas instituciones proporcionan una cartilla con consejos o sugerencias.
- Recuerda realizar un adecuado calentamiento antes de cualquier actividad de intensidad mediana a fuerte, el no hacerlo te podría ocasionar tirones o **desgarres** en tus músculos.
- Comparte esta actividad con familiares, amistades o personas del *Círculo de estudio*, así ayudarás a cumplir las metas.
- Procura realizar la actividad que seleccionaste en horarios adecuados a tus actividades y que te permitan ser constante para cumplir tu meta.




**TIC**

Instituciones como la Organización Mundial de la Salud brindan material de apoyo en línea del país para la buena alimentación y la activación física. Sobre esto último, consulta el siguiente enlace:
https://bit.ly/3fGQYZq

El Instituto Mexicano del Seguro Social también comparte información referente al tema. Revisa el enlace:
https://bit.ly/3rtxry2

**CÓDIGO COMÚN**

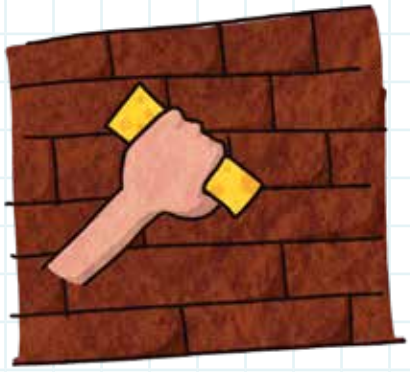
**Desgarres:** rotura de fibras musculares.

## Tema 2. Problemas de interpolación

Lee el problema siguiente. Observa la tabla y la gráfica para que conozcas la forma de interpretar problemas y puedas graficarlos.

### Ejemplo 1:

Un albañil tarda 6 días en construir una barda, mientras que 5 albañiles tardan solo 2 días. ¿Cuántos días tardarán 2 albañiles en construir la misma barda?



Para resolver el problema, se empieza por ordenar en una tabla la información que se tiene. Se llamará *x* al número de albañiles y *y* a la cantidad de días que tardan en construir la barda.

| *x* | *y* |
|---|---|
| 1 | 6 |
| 2 | ? |
| 5 | 2 |

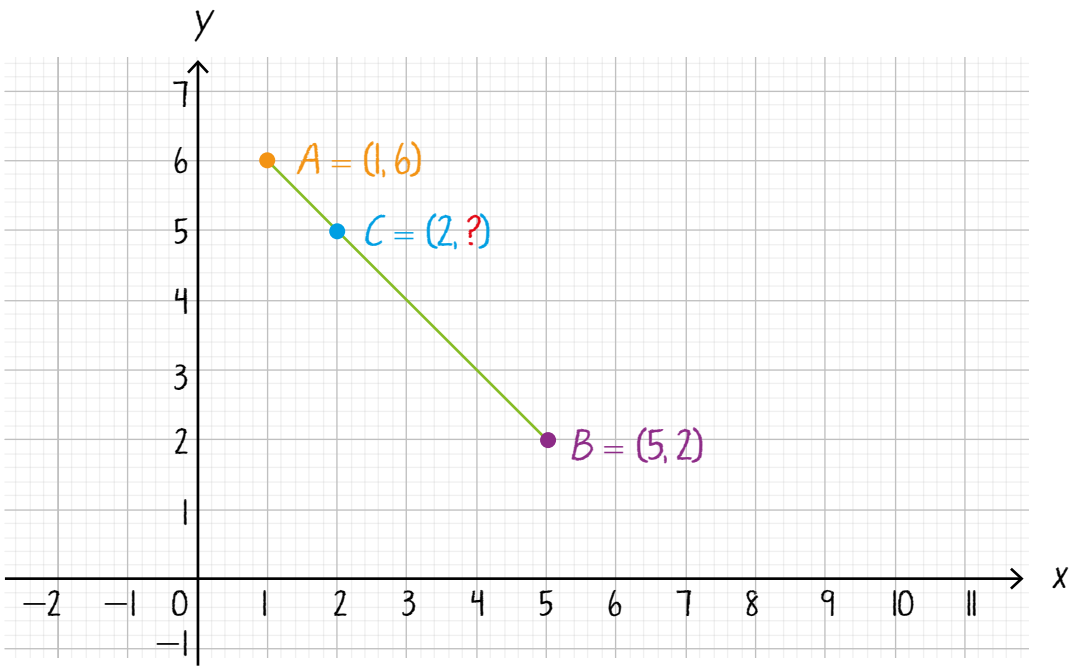
Puntos asociados

(1, 6)

(2, ?)

(5, 2)

Después se grafica la tabla y se ubica el valor de la $y$ cuando $x = 2$.




De esta forma, se puede ver que 2 albañiles tardarán 5 días en construir la barda.

## Ejemplo 2:

Laura vende 3 agujas en 2 pesos y 8 agujas en 7 pesos. ¿En cuánto debería vender 6 agujas?



Para resolver el problema se sigue el mismo procedimiento: primero se grafica la información disponible. En este caso, se llamará $x$ a la cantidad de agujas y $y$ al precio de las mismas. De esta forma, se obtiene la siguiente tabla.

Puntos asociados

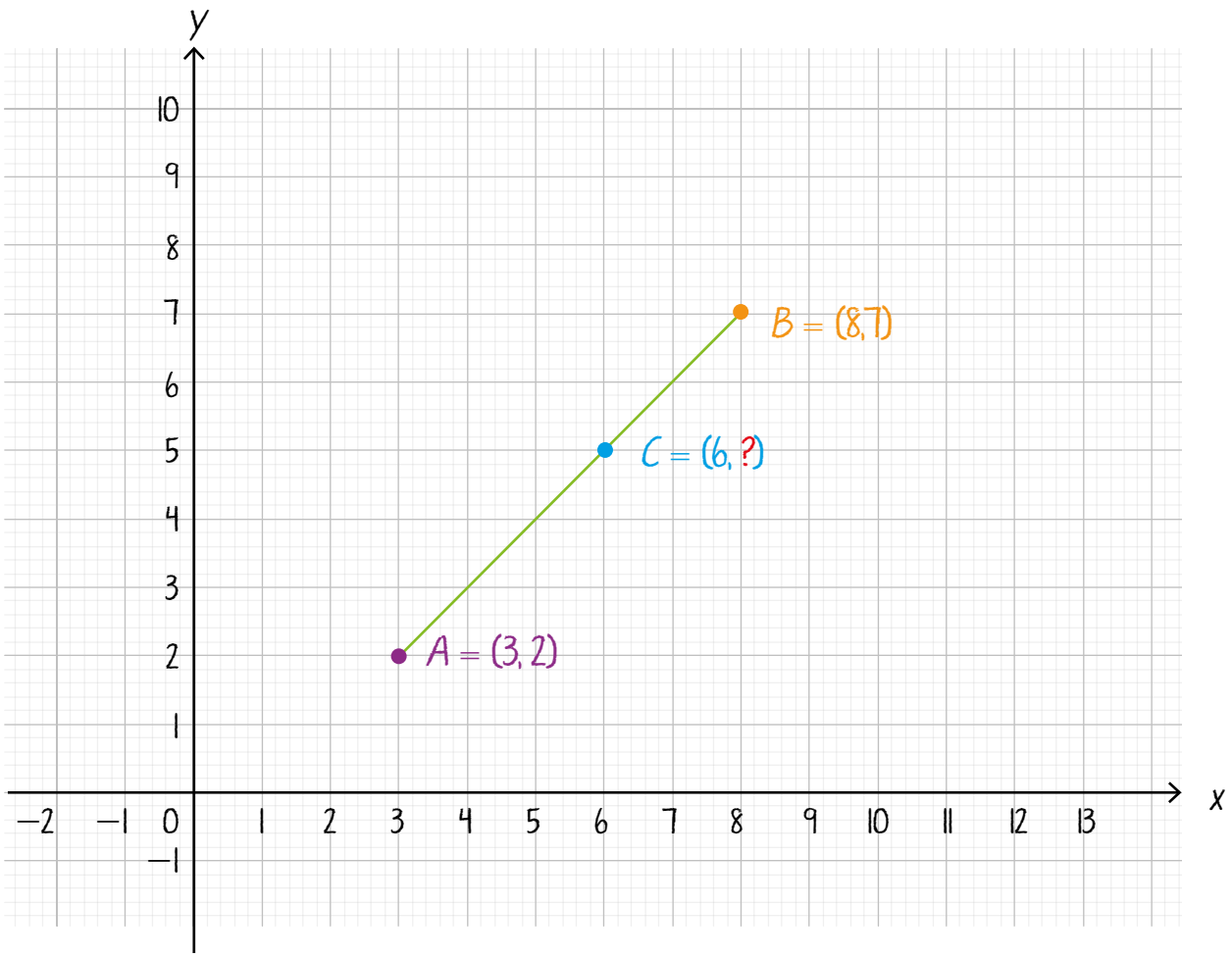
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 3 | 2 |
| 6 | ? |
| 8 | 7 |

(3, 2)

(6, ?)

(8, 7)

Después, se grafica la tabla y se ubica la interpolación.

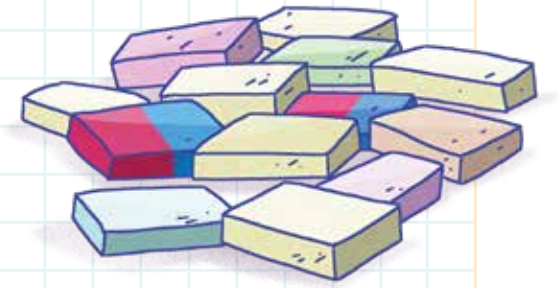



Así, puedes ver que Laura debe vender 6 agujas en 5 pesos.

**Actividad 2.** Lee los problemas, llena la tabla de datos, crea tu propio plano cartesiano y obtén la solución de cada caso graficando.

**a)**

Marcos fue a una papelería y compró 2 borradores para su hija por $ 12. Una semana después, regresó y compró otros 7 borradores por $ 42. ¿Cuánto debería pagar si comprara 6 borradores?

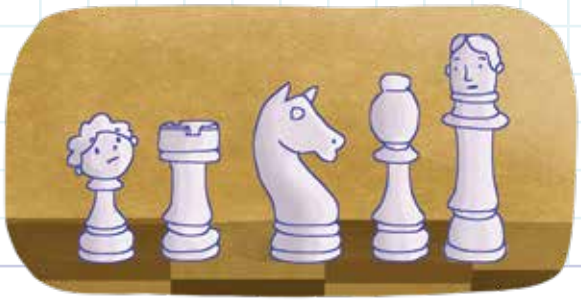


| $x$ | $y$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |



**b)**

Jeremías lleva jugando ajedrez muchos años y se ha dado cuenta de que aumenta su puntuación en la misma cantidad cada año. Si a los 4 años y medio de jugar tenía una puntuación de 1800 y a los 5 años y medio una puntuación de 1950. ¿Cuál era su puntuación a los 5 años?

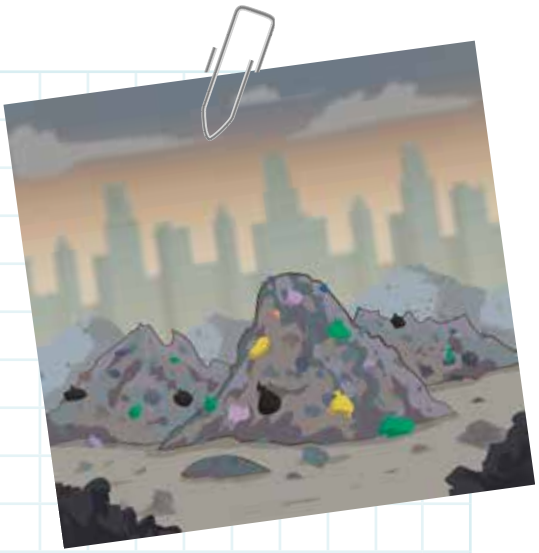


| *x* | *y* |
|---|---|
| | |
| | |
| | |



**c)**

En los últimos años la contaminación en una ciudad ha ido disminuyendo. Si en el mes 2 de este año se producían 58 toneladas diarias de basura al día y en el mes 10 se producían 52 toneladas, ¿cuántas toneladas se producían en el mes 6 de este año?



| $x$ | $y$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |



**d)**

La población de ardillas en una reserva ecológica aumenta de igual manera cada año. Si hace 3 años había 250 ejemplares y el día de hoy hay 310, ¿cuántas ardillas había hace medio año?



| *x* | *y* |
|---|---|
| | |
| | |
| | |

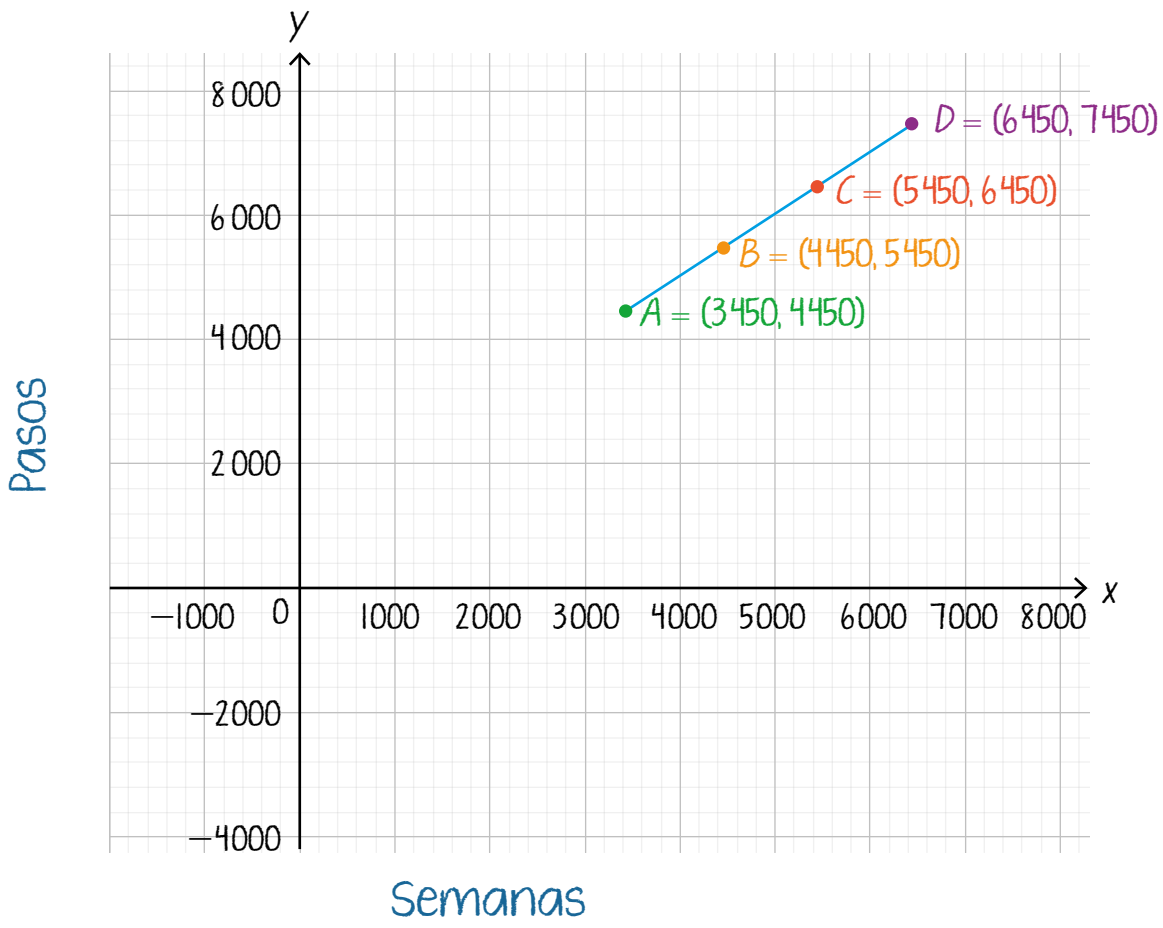


## PROYECTO

Ya tienes tu tabla de valores y tu gráfica de la función. A partir de esta información realiza una interpolación.

**a)** Después de leer las recomendaciones has decidido progresar más lento y decidiste aumentar la mitad de la actividad elegida. Realiza una interpolación para encontrar la cantidad de pasos, brazadas, repeticiones o exhalaciones si solo aumentaras la mitad de lo que te habías propuesto en el primer incremento.

Si retomamos el ejemplo de la secuencia anterior, la situación sería la siguiente: requieres encontrar un punto entre el primer y el segundo valor con los datos de la gráfica, por ejemplo, para cuando $X$ vale 4000.



**b)** Encuentra un punto intermedio en la gráfica de tu función:




**c)** Responde las preguntas siguientes:

**1.** ¿Qué valor de $X$ buscaste?

_____

**2.** ¿Cuál es la coordenada nueva que señalaste en tu gráfica?

_____

Lee en voz alta

Comparte la lectura



## La velocidad




La **velocidad** te dice que tan rápido o lento va un objeto. Por ejemplo, si un automóvil se conduce a la velocidad de 10 kilómetros por hora (10 km/h) se dice que va lento, pero si va a 150 km/h se considera que va muy rápido, es decir, que va a gran velocidad.

Actualmente, la fórmula más conocida para calcular la velocidad de un objeto es la siguiente:

$$\text{velocidad} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} \qquad v = \frac{d}{t}$$

La velocidad se puede representar de varias maneras, por ejemplo, de forma numérica al expresar a qué velocidad se mueve un objeto:

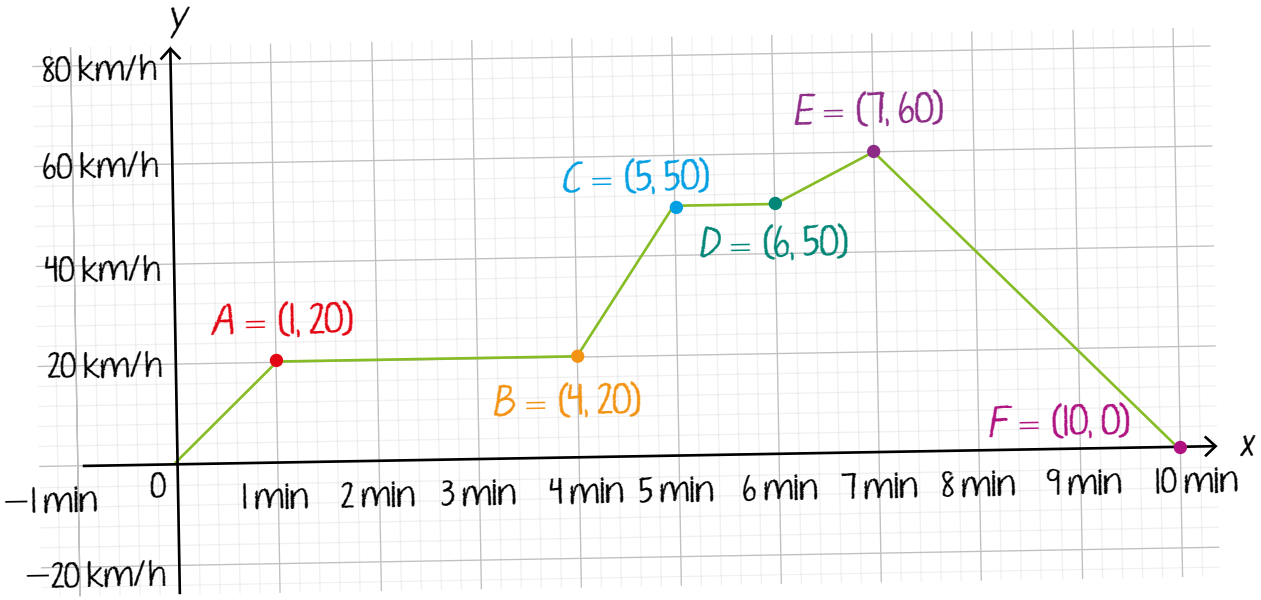
$$v = 50 \text{ km/h}$$

Significa que un objeto se desplaza a una velocidad de 50 kilómetros por hora.

**REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA ■ LA MATEMÁTICA ■**

Otra forma de representar la velocidad en que se desplaza un objeto es mediante una gráfica en un plano cartesiano, ya que este también sirve para describir el movimiento de una persona, un animal, un vehículo o cualquier objeto que se desplace en determinada dirección.

Por ejemplo, es posible graficar el desplazamiento de Tania cuando sale del centro comercial en su vehículo hasta llegar a su casa. En la siguiente gráfica, el eje de $X$ indica el tiempo en minutos, mientras que el eje $Y$ indica la velocidad del auto en kilómetros por hora. De manera simple, entre más arriba vaya la línea, más rápido viajará el auto, y entre más abajo esté, menor será la velocidad. La línea horizontal indica que se mueve a la misma velocidad durante cierto tiempo.



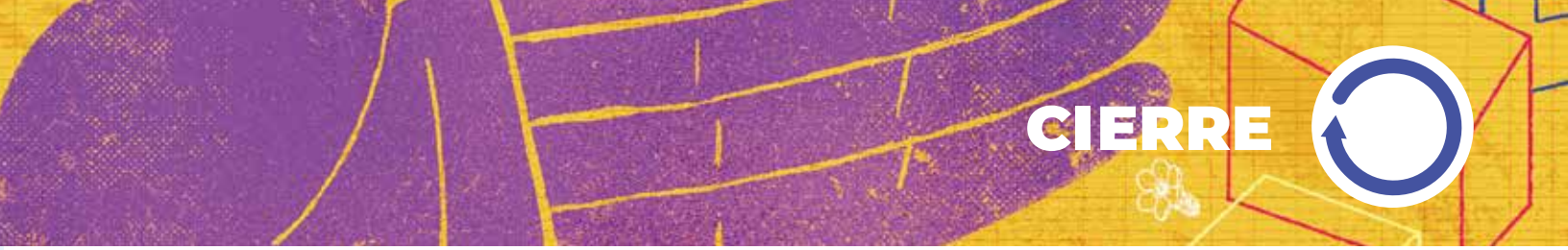
En la gráfica de este ejemplo, el eje $X$ se graduó de minuto en minuto y el eje $Y$ se graduó desde cero hasta 80, de 20 en 20 kilómetros por hora.

Este tipo de gráfica es útil para visualizar fenómenos físicos y también para representar situaciones algebraicas, como estudiarás en el módulo siguiente.



En la interpretación del plano, el vehículo de Tania arrancó de la velocidad cero y en un minuto llegó a los 20 kilómetros por hora, se desplazó a esa velocidad durante cuatro minutos para salir del estacionamiento, después aceleró hasta alcanzar 50 km/h, a los que llegó en el minuto 5, permaneció en esa velocidad un minuto, aceleró hasta llegar a los 60 km/h en el minuto 6 y fue reduciendo su velocidad hasta detenerse a los 10 minutos, afuera de su casa. Esto quiere decir que su velocidad disminuyó hasta que el auto se detuvo, terminando su recorrido.

**Fuente:** Tippens, Paul E., *Física, Conceptos y aplicaciones*, McGraw-Hill, 1985.



# CIERRE

En esta secuencia aprendiste el tema de la interpolación de datos, su representación gráfica y significado. También conociste cómo plantear problemas y resolverlos mediante este método.

**Actividad de cierre.** Selecciona la respuesta correcta para cada pregunta entre las opciones dadas. Haz las gráficas en tu cuaderno para encontrar la respuesta.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3.5 | 1 | 8 | 0 | 9 | 6 | 0.5 | 3 |

- Al interpolar la recta que pasa por $(3, 4)$ y $(10, 11)$ en $x = 8$ se obtiene $y =$ _____.
- Al interpolar la recta que pasa por $(2, 4)$ y $(11, 10)$ en $x = 8$ se obtiene $y =$ _____.
- Al interpolar la recta que pasa por $(1, 5)$ y $(7, 1)$ en $x = 4$ se obtiene $y =$ _____.
- Al interpolar la recta que pasa por $(1, 2)$ y $(7, 5)$ en $x = 4$ se obtiene $y =$ _____.
- Al interpolar la recta que pasa por $(3, 4)$ y $(7, 8)$ en $x = 5$ se obtiene $y =$ _____.
- Al interpolar la recta que pasa por $(-2, 3)$ y $(1, 0)$ en $x = 0$ se obtiene $y =$ _____.
- Al interpolar la recta que pasa por $(-5, 5)$ y $(2, -2)$ en $x = 0$ se obtiene $y =$ _____.
- Al interpolar la recta que pasa por $(0, 1)$ y $(4, 0)$ en $x = 2$ se obtiene $y =$ _____.

## PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

| Actividades | Sí |
|---|---|
| Leí y comenté con otras personas las recomendaciones para iniciar un plan de activación física. | |
| Localicé, mediante la interpolación, las coordenadas de un punto de la función de mi activación física y lo ubiqué en la gráfica para proyectar cambios. | |



Secuencia

# 8

# *Extrapolación de puntos en el plano cartesiano*

La secuencia está diseñada para que continúes practicando la graficación de funciones y localización de puntos en el plano cartesiano, de modo que conocerás el método denominado extrapolación para encontrar un punto externo al rango de valores que ya tienes.




También finalizarás el proyecto *Cálculos para una vida activa*. Las tareas a desarrollar son las siguientes:

- Cálculo de las coordenadas de un punto de la recta de la función mediante la extrapolación para proyectar el aumento de la actividad física.
- Establecimiento de compromiso para continuar con acciones de activación física en beneficio de la salud.

El ícono PROYECTO distingue las actividades del proyecto.

# INICIO

**Actividad de inicio.** Revisa tus aprendizajes previos.

**a)** Completa la progresión con el dato faltante:

12, 15, 21, 30, 42, _____

**b)** Describe el procedimiento que seguiste para encontrar el dato.

**c)** Si conoces los insumos para fabricar 10, 20 y 30 sombreros, ¿cómo calcularías los insumos para 50 sombreros?



**d)** Marca con una paloma ✓ si las frases siguientes son verdaderas (V) o falsas (F).

| FRASES | V | F |
|---|---|---|
| ■ Al graficar una función es útil llenar una tabla de datos para tener idea del comportamiento de la información. | ☐ | ☐ |
| ■ La interpolación es un método para encontrar puntos faltantes intermedios en gráficas de valores. | ☐ | ☐ |
| ■ Un método para interpolar puntos es revisar el gráfico. | ☐ | ☐ |
| ■ Si es posible encontrar puntos intermedios, también es posible encontrar otros puntos anteriores y posteriores de los que se han graficado. | ☐ | ☐ |

## Tema 1. La extrapolación

**CONEXIONES**

Revisa la secuencia 7 de esta unidad y módulo para recordar en qué consiste la interpolación gráfica de datos.

También revisa las secuencias 5, 6 y 7 de esta unidad y módulo para retomar el concepto de rango de valores aplicado a una función.

A veces es necesario calcular valores de una función, incluso si no se tiene la información completa ni su fórmula. Anteriormente viste cómo hacerlo utilizando interpolación, pero ese proceso solo es posible si el valor que se busca se encuentra dentro del **rango de valores** que se conocen.

Existe un procedimiento semejante para cuando el valor que se busca está **fuera** de este rango, que se conoce como **extrapolación**.

Ejemplo:

Para encontrar el valor de $y$ cuando $x = 8$, primero se debe agregar el valor que se está buscando a la tabla y ordenar los datos de acuerdo con el valor de $x$.

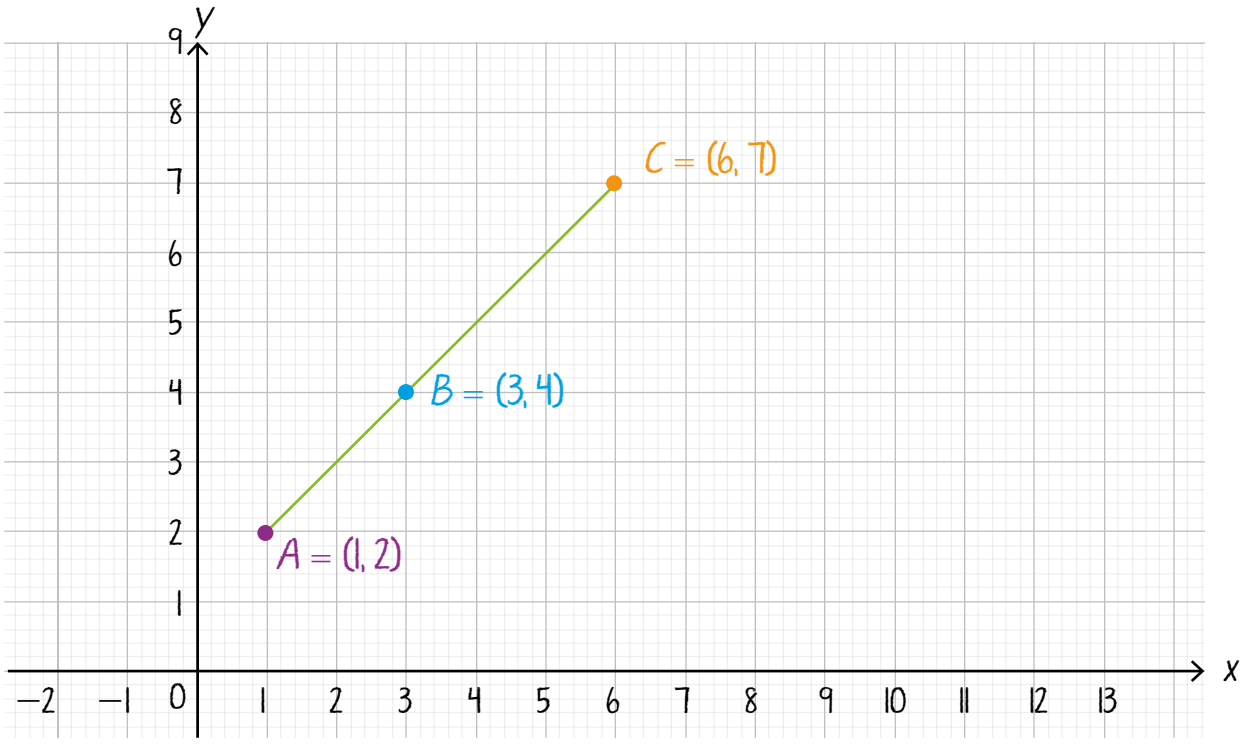
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 3 | 4 |
| 6 | 7 |
| 8 | ? |

En este caso, el rango de valores conocidos va desde $x = 1$ hasta $x = 6$, por lo que $x = 8$ no está dentro de este rango. Es por ello que el dato que se busca se ubica en uno de los extremos de la tabla y el método a utilizar para encontrarlo es la **extrapolación**.

Puntos asociados

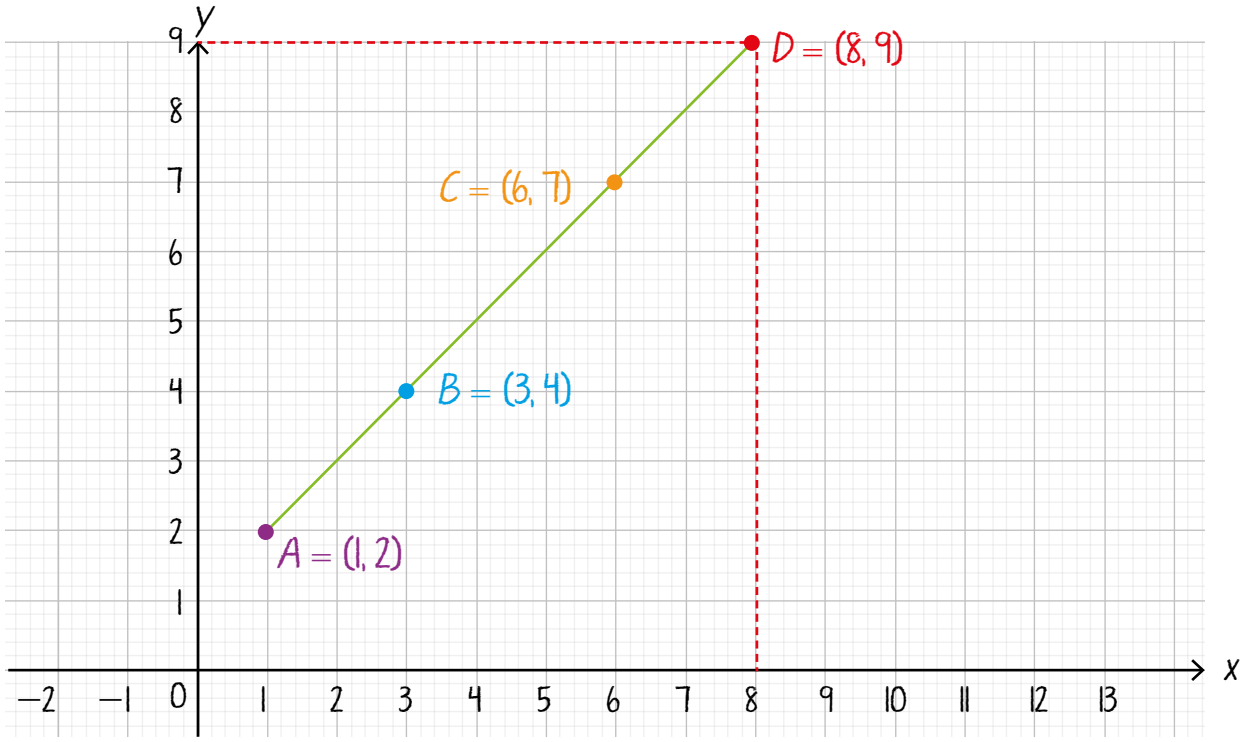
| | $x$ | $y$ | $y(x) = x$ |
|---|---|---|---|
| (1, 2) | 1 | 2 | $y(1) = 2$ |
| (3, 4) | 3 | 4 | $y(3) = 4$ |
| (6, 7) | 6 | 7 | $y(6) = 7$ |
| (8, ?) | 8 | ? | $y(8) = ?$ |

Después se grafican los datos de la tabla.




Como $X = 8$ no se encuentra dentro del rango de valores conocidos, si se dibuja una línea vertical desde ahí, no tocará la gráfica de la función.

Para encontrar el valor de $y$, se extiende la línea de la función hasta hallar el punto en el que toca a la línea vertical. Una vez que se dibuje el punto, se hace una línea horizontal hasta tocar el eje $y$. El valor de $y$ que esta última línea toque, es el valor que se está buscando.




De esta manera se puede determinar que:

$y = 9$ cuando $x = 8$, es decir $y(8) = 9$.

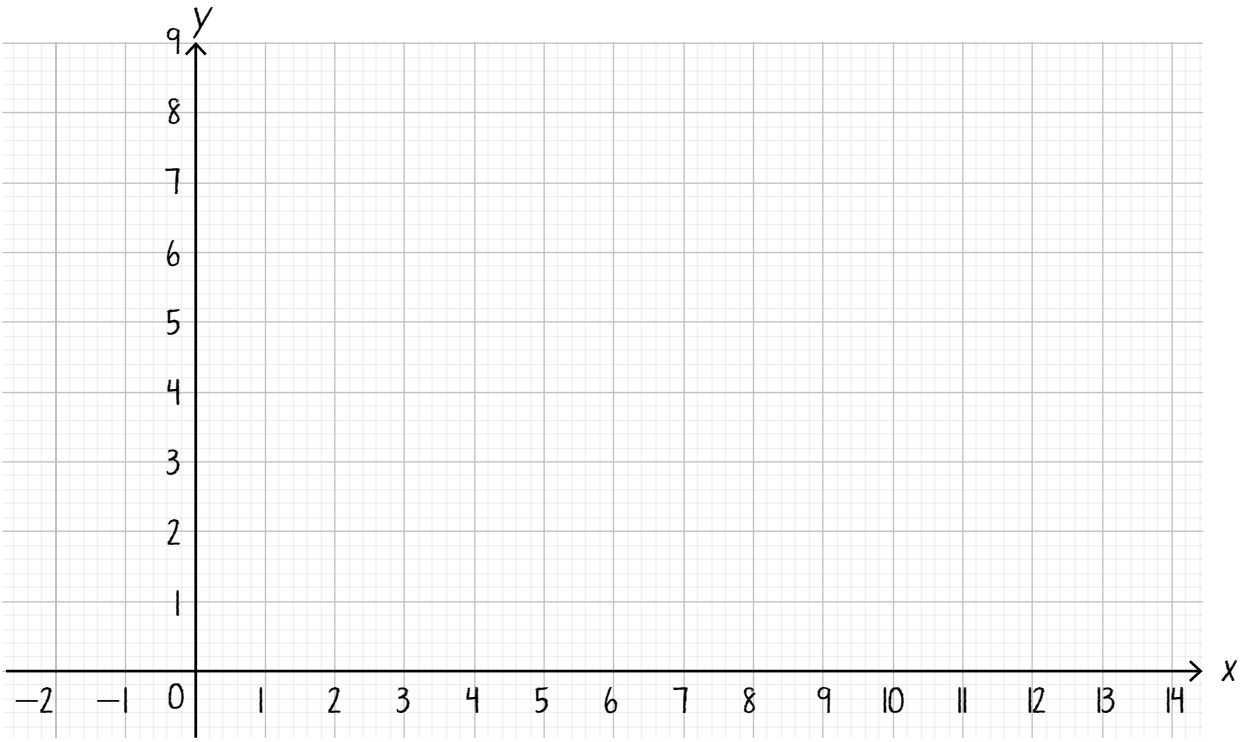
Puntos asociados

| | $x$ | $y$ | $y(x) = x$ |
|---|---|---|---|
| (1, 2) | 1 | 2 | $y(1) = 2$ |
| (3, 4) | 3 | 4 | $y(3) = 4$ |
| (6, 7) | 6 | 7 | $y(6) = 7$ |
| (8, ?) | 8 | 9 | $y(8) = 9$ |

**Actividad 1.** En cada plano, elabora la gráfica de la tabla correspondiente y localiza un punto anterior o posterior de los valores que contiene; es decir, que sea un punto extrapolado.

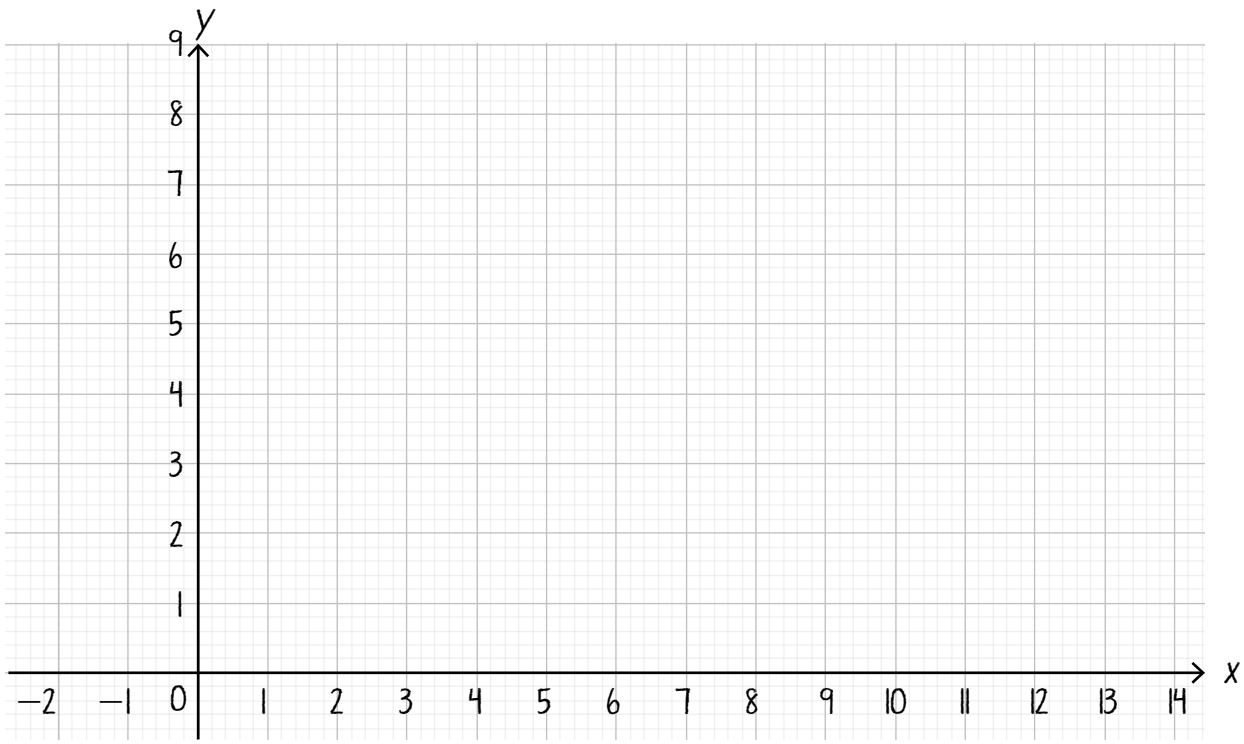
**a)**

| *x* | *y* |
|---|---|
| 2 | 5 |
| 4 | 4 |
| 6 | 3 |



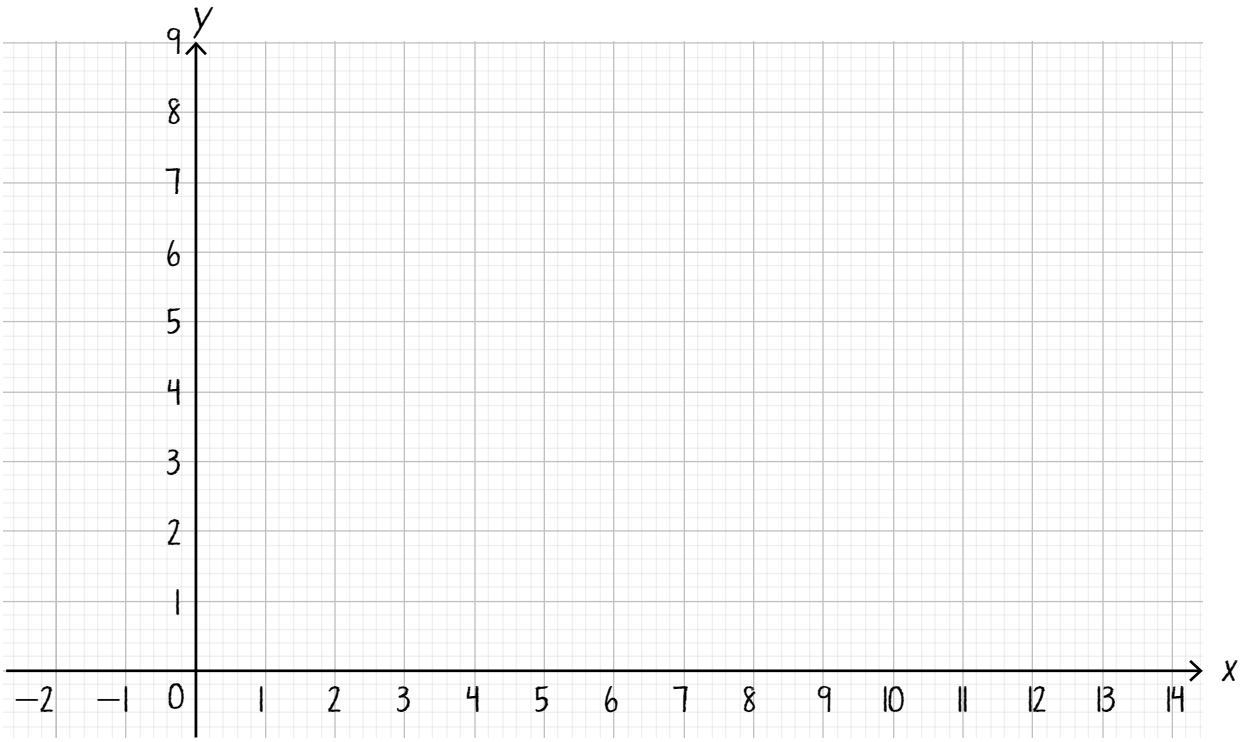
**b)**

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 5 |
| 4 | 7 |



**c)**

| *x* | *y* |
|---|---|
| 1 | 6 |
| 3 | 4 |
| 5 | 2 |



## PROYECTO

En la secuencia anterior ya calculaste la interpolación gráfica de un punto a partir de los valores que ya habías graficado.

**a)** Proyecta un aumento de activación física más allá de lo que has planeado. Para ello, calcula mediante la extrapolación otro punto de tu recta fuera del rango de valores que ya tienes. Por ejemplo, si alcanzaste tu meta en 4 semanas, proyecta cuánto avanzarás a las 7 semanas; de esta forma podrás visualizar el aumento paulatino de tu actividad física.



**b)** Responde las preguntas siguientes:

**1.** ¿Cuál fue el punto de tu recta que ubicaste en la gráfica?

_____

**2.** ¿Cuál punto se te complicó más localizar, el que estaba dentro de tus valores o el que estaba fuera de ellos?

_____

## Tema 2. Utilidad de la extrapolación en la resolución de problemas

Tanto la interpolación como la extrapolación se pueden utilizar para calcular datos desconocidos a partir de otros, incluyendo los estadísticos. En el caso de la **extrapolación**, puede ser para tratar de predecir cómo se comportarán ciertos datos a futuro, como se puede ver en el ejemplo.

La tabla contiene cifras redondeadas de los censos de población de los años 2000, 2010 y 2020 que fueron recolectadas por el INEGI.

| Población de México | |
|---|---|
| Año | Población total en millones (cifra redondeada) |
| 2000 | 98 |
| 2010 | 112 |
| 2020 | 126 |

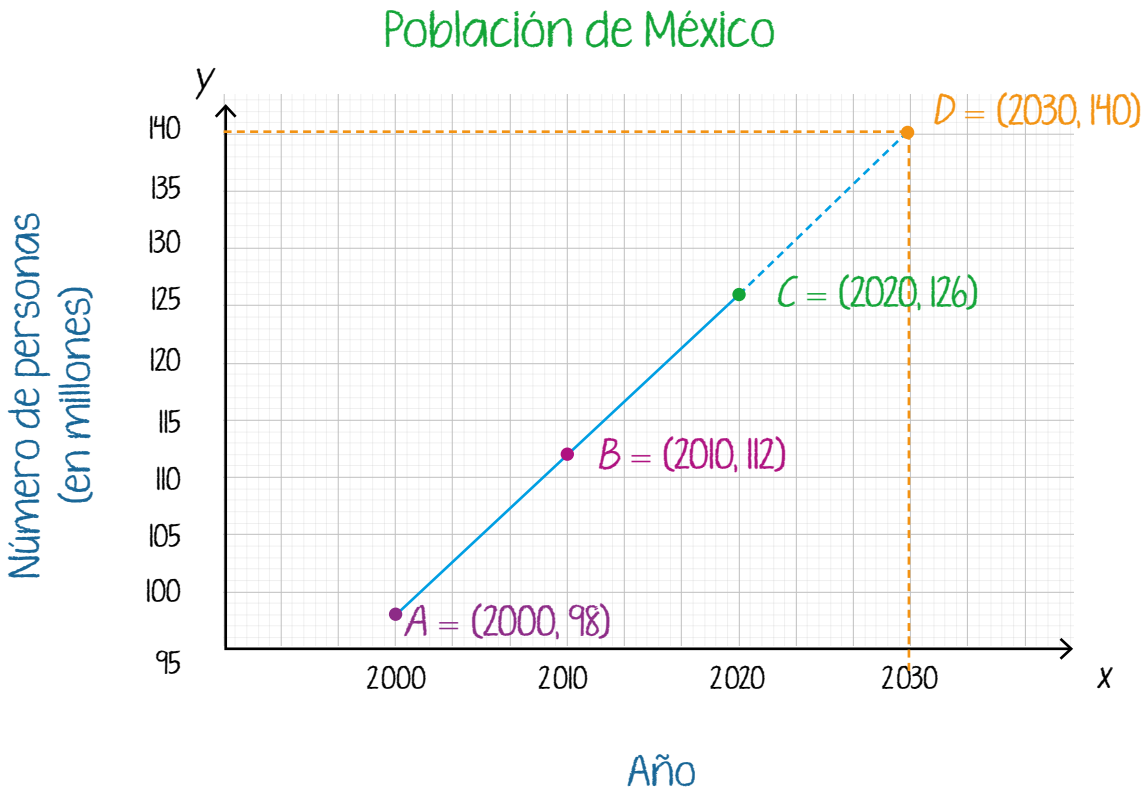
**Fuente:** INEGI, *Población*. Disponible en: https://www.inegi.org.mx/temas/estructura/

Si se supone que en los años siguientes se seguirá la tendencia de los datos en la tabla, se puede utilizar la extrapolación para predecir cuál será la población de México en 2030.

Primero se debe ubicar el valor que se busca en la tabla.

| Población de México | | |
|---|---|---|
| Puntos asociados $(x, y)$ | Año | Población total en millones (cifra redondeada) |
| (2000, 98) | 2000 | 98 |
| (2010, 112) | 2010 | 112 |
| (2020, 126) | 2020 | 126 |
| (2030, ?) | 2030 | ? |

En este caso, el año se representa con la variable $x$, y la población total en millones se representa con la variable $y$. Después, se grafica la función para encontrar el valor de $y$ cuando $x = 2030$.



Se puede concluir que la población de México será de **aproximadamente** 140 millones de personas en 2030.

Como es un cálculo basado en datos anteriores no es exacto, por eso se emplea la palabra "aproximadamente". El valor más certero se obtendrá cuando se realice el censo en 2030. Pero con este cálculo se tiene idea del incremento de la población, lo que resulta útil para la planeación y toma de decisiones actuales.

La extrapolación también se puede utilizar para hacer cálculos en situaciones de la vida cotidiana, lo cual se ejemplifica.

## Ejemplo:

Diana y Rafael quieren comprar tazas artesanales para vender en su tienda. El costo de la mercancía depende de cuántas tazas lleven. Entre más tazas compren, menor será el costo por pieza. Si llevan 50 tazas, cada una les costará $25, y si llevan 100 tazas, cada una les costará $20.

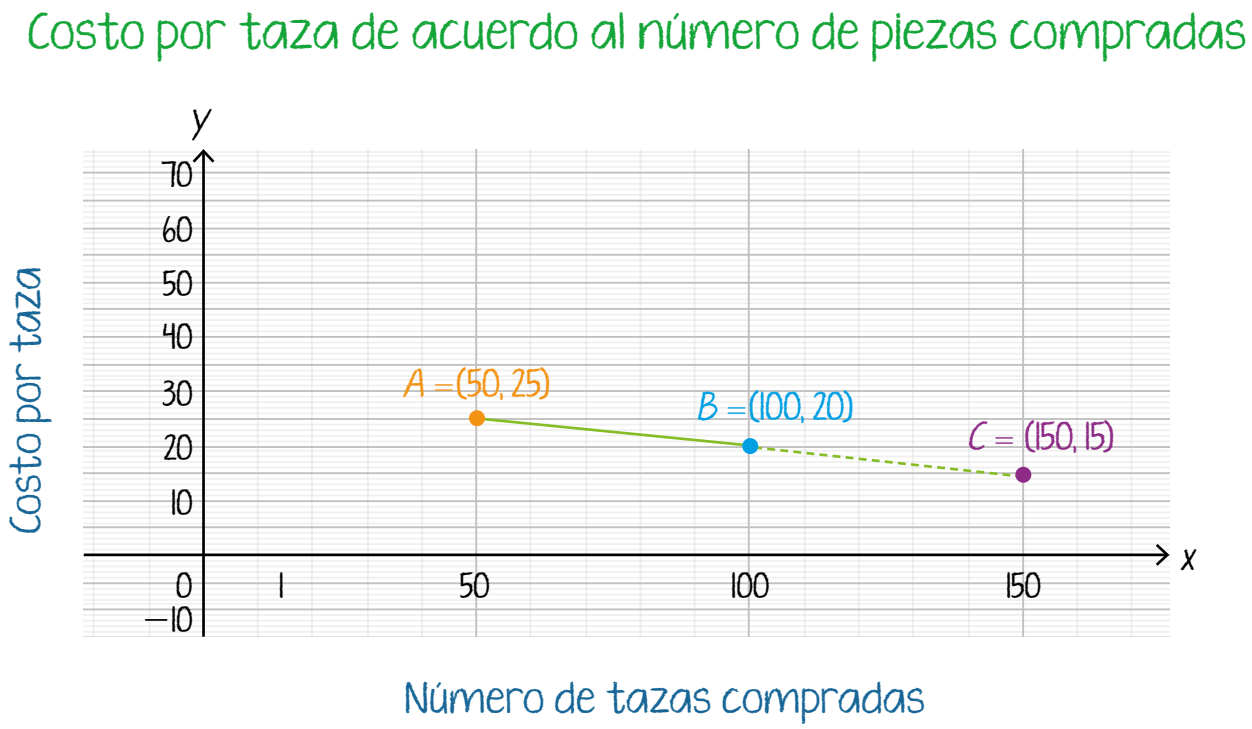


En este caso, $x$ representa el número de tazas que Diana y Rafael comprarán, mientras que $y$ representa el costo por pieza dependiendo de cuántas tazas se lleven.

¿Cuánto dinero costará cada taza si compran 150 en total, que es el tope de ventas con descuento que pusieron las personas productoras para que convenga a ambas partes?

| Número de tazas $x$ | Costo por tazas $y$ |
|---|---|
| 50 | $25 |
| 100 | $20 |

Si se agrega el dato a la tabla y se grafica, se ubica la extrapolación:




Puntos asociados

(50, 25)

(100, 20)

(150, 15)

| Número de tazas $x$ | Costo por tazas $y$ |
|---|---|
| 50 | $ 25 |
| 100 | $ 20 |
| 150 | ? |

El costo por taza se reduce a $15 si deciden comprar 150 piezas en total. La extrapolación no proporciona un dato aproximado sino el valor exacto de las tazas, ya que no se trata de predecir una tendencia, sino de calcular un precio sobre un descuento ya dado.

**Actividad 2.** Lee los problemas y resuélvelos con el uso de la extrapolación, llena la tabla y haz la gráfica en cada ejercicio.

**a)** Rodimiro hace pasteles integrales y bajos en azúcar, entregó 2 pasteles y recibió $700.00. Para el día siguiente le encargaron 4 del mismo tipo y le pagaron $1 400. ¿Cuánto recibirá si le encargan 7 pasteles?

| *x* | *y* |
|---|---|
| | |
| | |
| | |



**b)** Leticia recorre 9 kilómetros por hora en bicicleta con una velocidad constante. Si con esa misma velocidad tarda 2.5 horas en recorrer 22.5 km, ¿cuánto avanzará en 3 horas?

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |



**c)** La fábrica de paletas comenzó a producir paletas sabor piña, de las cuales fabricarán 50 más cada semana. Si en la primera semana hicieron 50 y en la segunda 100, ¿cuántas piezas estarán fabricando en la semana 5?

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |



## PROYECTO

En esta unidad se desarrolló un proyecto para activarte físicamente con otras personas de tu comunidad.

**a)** Para concluir el proyecto, responde lo siguiente:

**1.** Menciona tres beneficios para ti al practicar la actividad física:




**2.** Identifica un reto que has enfrentado para lograr tu meta.

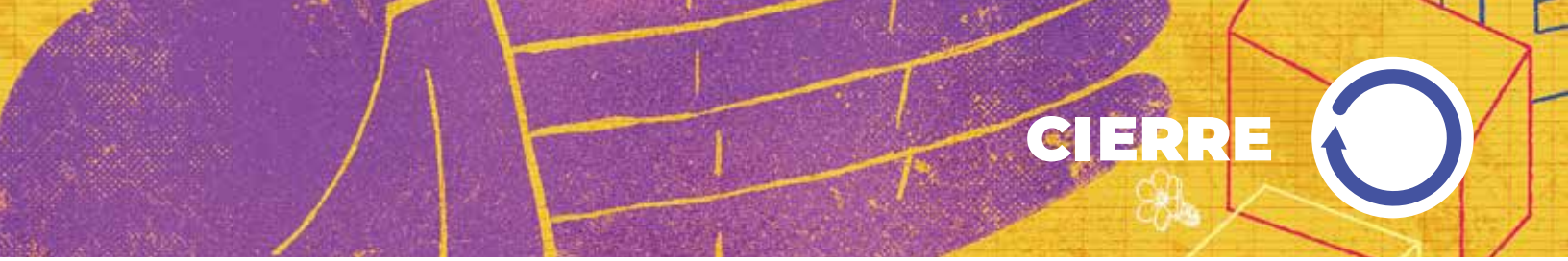
_____

_____

**b)** Establece un compromiso para continuar activándote junto con tu familia, amistades o personas del *Círculo de estudio*. Recuerda que, si realizan las actividades en compañía, podrán motivarse entre ustedes.

Mi compromiso para continuar activándome físicamente es:

_____




En esta secuencia identificaste la extrapolación de datos, viste cómo se representa gráficamente y conociste qué tipo de problemas pueden resolverse mediante este método.

**Actividad de cierre.** Selecciona la respuesta correcta para cada oración. Utiliza una libreta cuadriculada, una regla y un lápiz para hacer la gráfica por el método de extrapolación y comprobar los resultados.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5 | -1 | 3.5 | 0 |
| 2 | 1.5 | 10 | 9 |

- Al extrapolar la recta que pasa por $(1, 0)$ y $(4, 6)$ en $x = 6$ se obtiene $y =$ _____.
- Al extrapolar la recta que pasa por $(2, 3)$ y $(5, 2)$ en $x = 14$ se obtiene $y =$ _____.
- Al extrapolar la recta que pasa por $(1, 5)$ y $(3, 3)$ en $x = 6$ se obtiene $y =$ _____.
- Al extrapolar la recta que pasa por $(4, 3)$ y $(6, 2)$ en $x = 3$ se obtiene $y =$ _____.

- Al extrapolar la recta que pasa por $(8, 3)$ y $(12, 2)$ en $x = 0$ se obtiene $y =$ _____.

- Al extrapolar la recta que pasa por $(1, 8)$ y $(2, 6)$ en $x = 4$ se obtiene $y =$ _____.

- Al extrapolar la recta que pasa por $(-3, 4)$ y $(-1, 3)$ en $x = 2$ se obtiene $y =$ _____.

- Al extrapolar la recta que pasa por $(-2, 2)$ y $(1, 5)$ en $x = 5$ se obtiene $y =$ _____.

## PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

| Actividades | Sí |
|---|---|
| Localicé, mediante la extrapolación, las coordenadas de un punto de la función y lo ubiqué en la gráfica para proyectar el aumento de mi actividad física. | |
| Establecí un compromiso para continuar con acciones de activación física en beneficio de la salud. | |







# UNIDAD 3

## *Probabilidad clásica*

En esta unidad partirás de la distinción entre situaciones en las que influye el azar y en las que no. Reconocerás un experimento aleatorio con dos, seis o más resultados posibles y aprenderás a registrar sus resultados mediante la notación de conjuntos. Emplearás los términos probabilidad, espacio muestral, resultados y probabilidad de reemplazo, entre otros. Practicarás este conocimiento en experimentos de probabilidad con dos o más resultados. Finalmente, aprenderás a cuantificar la probabilidad de ocurrencia de un resultado y su porcentaje.

Con el proyecto *Acciones comunitarias para hacerle frente a la inseguridad* reflexionarás acerca de la inseguridad y la forma de reducir situaciones de riesgo mediante el apoyo entre familiares, personas del vecindario y de tu comunidad.



Secuencia

# 9

# *Situaciones en las que interviene el azar*

En esta secuencia aprenderás los conceptos de probabilidad, eventos de probabilidad y azar. También comprenderás el significado de la expresión *cuantificar la probabilidad de un evento* e identificarás situaciones diarias en las que existen eventos donde puede o no intervenir el azar.




También iniciarás el proyecto *Acciones comunitarias para hacerle frente a la inseguridad* con el propósito de identificar situaciones que incrementan las probabilidades de ser víctima de las violencias y la percepción de la inseguridad en tu comunidad. Las actividades a desarrollar son:

- Lectura sobre la percepción de inseguridad.
- Identificación de conductas delictivas o antisociales en la colonia o comunidad.
- Selección de dos conductas delictivas o antisociales que se presentan en la colonia o comunidad.
- Reflexión sobre la percepción de inseguridad en la colonia o comunidad y elaboración de propuestas para prevenirla.

Las actividades del proyecto se diferencian del resto con el ícono 

.

# INICIO

**Actividad de inicio.** Retoma tus conocimientos previos y haz lo que se indica.

**a)** Subraya la respuesta correcta a cada pregunta.

**1.** Si Gilda compra una bolsa de cacahuates enchilados, ¿qué puede contener la bolsa?

- Almendras
- Cacahuates
- Nueces
- Garbanzos

**2.** Si Antonia tira un dado de seis lados, ¿qué número no puede obtener en el lanzamiento?

- 2
- 6
- 4
- 7



**3.** Gabriel solo siembra verduras en su huerto. ¿Puede cosechar un mango?

- Sí
- No
- No puede saberse
- Depende de la temporada

**4.** Al lanzar una moneda varias veces, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- Caerá cara en todas las tiradas
- En ninguna tirada caerá cara
- En todas las tiradas caerá águila
- Es probable que en la primera tirada caiga cara

**5.** Si sales a la tienda a comprar, ¿es seguro que te vendan leche sin lactosa?

- Sí es seguro
- No es seguro
- Lo sabrás hasta que vayas a la tienda
- Es seguro que no vendan ningún tipo de leche



# DESARROLLO

## Tema 1. Concepto de probabilidad

El estudio de la probabilidad, como parte de las matemáticas, se centra **en conocer en qué medida es posible que suceda un resultado**. Se desarrolló igual que muchas ciencias, por la necesidad de explicar y registrar diferentes sucesos de la vida diaria.




En la vida cotidiana es común referirse a alguna situación como **muy probable** o **poco probable**. Por ejemplo, es muy probable considerar que, a final de año –en temporada de invierno–, el clima estará frío; pero si alguien asegura que ganará la lotería solo por comprar un boleto, cualquiera le responderá que es **poco probable**. Si otra persona declara que llegará físicamente al otro lado del planeta en cinco minutos, se le dirá que eso **no es probable**.

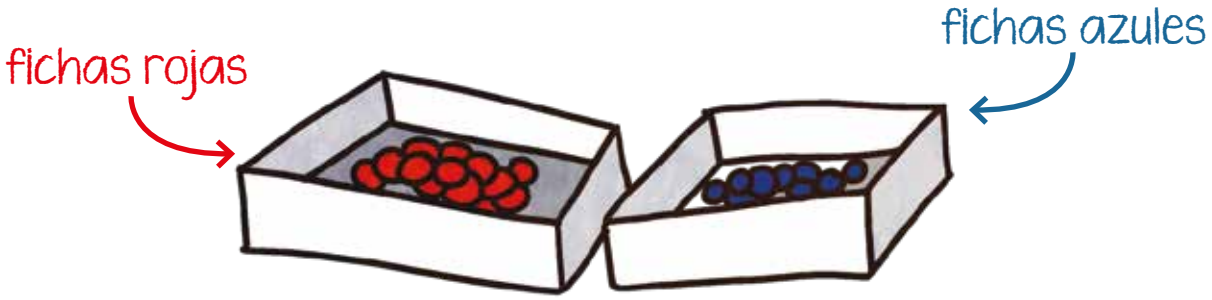
A partir del estudio o la categorización de situaciones como estas comenzó a desarrollarse lo que actualmente conocemos como probabilidad.

El origen de la probabilidad se encuentra también en situaciones de la vida diaria, como tener que mantener un inventario de la comida a partir por ejemplo del número de mazorcas que se tenían guardadas; o matemáticas más complejas como calcular el área de siembra de acuerdo con la forma del terreno.

Un uso de las matemáticas es cuantificar cosas, lo que significa expresar alguna magnitud con un número: en vez de decir que la dis-

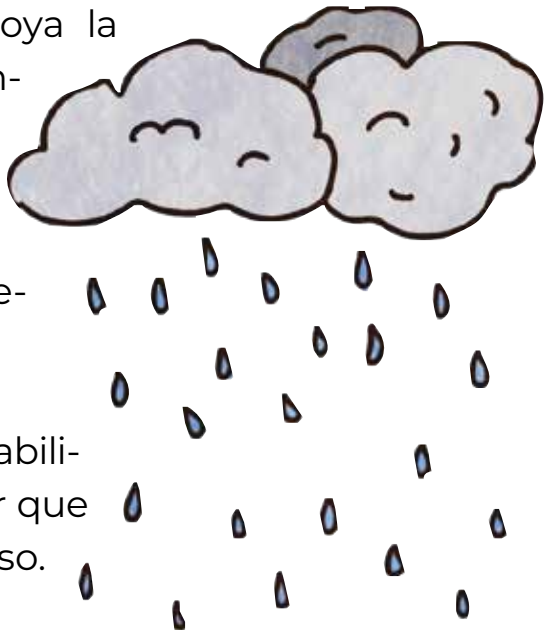
tancia entre una ciudad y otra es grande, se puede **cuantificar** que la distancia entre dos ciudades es de 200 km.

En probabilidad se busca conocer en qué medida es posible que suceda un resultado. Por ejemplo, si se tiene una caja con la misma cantidad de fichas rojas y azules, se puede deducir que al sacar una ficha se tiene la mitad de las posibilidades de que sea roja y la otra mitad de posibilidades de que sea azul.




Por lo tanto, cuantificar una situación en probabilidad significa **calcular su probabilidad**; en este caso, se dice que se tiene el 50% de probabilidad de sacar una ficha azul y el 50% de sacar una ficha roja.

La probabilidad es una herramienta que apoya la toma de decisiones en la vida diaria, desde entender que al lanzar una moneda solo se tienen dos resultados porque la moneda solo tiene dos caras, hasta las diferentes variables que se deben considerar para predecir el clima y decidir si se lleva o no un paraguas al salir de casa.



Existen diferentes formas de explicar la probabilidad, sin embargo, lo que importa es comprender que esta ayuda a cuantificar la posibilidad de un suceso.

**Actividad 1.** Lee los enunciados y completa los espacios vacíos con las palabras correspondientes.

predecir | tomar decisiones | asegurar | azar

cuantificar | números | resultado | registrar

Expresar un resultado en números se llama _____.

La finalidad de la probabilidad es medir qué tan posible es que suceda un _____.

La probabilidad se puede utilizar para _____ el resultado de un evento en donde influye el azar.

Las matemáticas permiten expresar resultados de la vida real mediante _____.

Para poder analizar los resultados, es necesario _____ previamente los datos.

La probabilidad puede ayudar a _____ en la vida diaria.

Existen situaciones en donde no se puede _____ el resultado.

El _____ se presenta en situaciones con resultado incierto.

## Tema 2. Concepto de azar

Dentro de la probabilidad se tienen que considerar varios detalles para calcular una situación de forma exacta. Lee la siguiente situación hipotética en la que, supuestamente, participas.

**Lee en voz alta**

Una persona vende artesanías de lunes a viernes dentro de un quiosco, en el parque cerca de tu casa. Hasta donde recuerdas, lo ha hecho a diario, al menos por dos años.

Un día cualquiera, al salir de tu casa, te diriges al parque a descansar cerca del quiosco. Como los últimos dos años el señor siempre ha estado ahí, tú podrías decir que es seguro o 100% probable que se encuentre; pero resulta que no está. ¿Qué sucedió?





En la vida diaria hay diversas circunstancias que pueden cambiar el rumbo de un suceso: un día cualquiera cierran un camino por reparaciones y retrasan a quienes lo utilizan.

**CONEXIONES**

En las secuencias 10 y 11 de esta unidad y módulo, se trabajan las frecuencias y su graficación.

**CÓDIGO COMÚN**

**Frecuencia:** Número de veces que se repite un evento durante un experimento.

El contagio por covid-19 u otra enfermedad provoca que la persona enferma cancele sus actividades programadas en lo que se alivia.

A todas las situaciones que **no se pueden anticipar y cambian el curso de los hechos se les conoce como eventos de probabilidad**.

El **azar**, en estadística y probabilidad, es la característica de un experimento que produce resultados diversos, impredecibles en cada situación concreta, pero cuyas **frecuencias**, a la larga, tienden a estabilizarse.

Así como se puede afirmar que algo puede suceder y no ocurre, también hay casos que por sentido común no se creen muy probables, pero ocurren.

Se conoce que las estaciones del año vienen acompañadas con diferentes climas: frío en el invierno, calor en la primavera. Con el paso de los años y el cambio climático, estas características pueden variar.

El azar también se presenta en deportes como el tiro con arco al aire libre. A pesar de que hay factores que se controlan, como el tipo de arco utilizado, las flechas y el tirador, no es posible predecir todas las ráfagas de viento. Para los tiradores profesionales, aprender a leer las corrientes de aire lo mejor posible es un requerimiento obligatorio para mejorar sus tiros.

**Actividad 2.** Repasa lo aprendido y haz lo que se te solicita.

**a)** Marca con una paloma ✓ si las frases siguientes son verdaderas (V) o falsas (F).

| Frases | V | F |
|---|---|---|
| El azar se presenta en los eventos en que se tiene seguridad de que sucederá todo como se ha planeado. | | |
| Se pueden predecir todas las situaciones que influirán en un evento. | | |
| Ganar un juego de tenis es un evento en el que influye el azar, ya que depende de quiénes juegan. | | |
| Sacar una ficha azul de una caja donde solo hay fichas azules es un evento en donde interviene el azar. | | |

**b)** Describe dos situaciones recientes que te hayan sucedido donde intervino el azar.

**1.** _____

_____

_____

_____

**2.** _____

_____

_____

_____

## PROYECTO

Inicia el proyecto de la unidad con una lectura sobre la percepción de inseguridad.

**a)** Lee con atención el texto siguiente.

Lee en voz alta

Comparte la lectura

### La percepción de inseguridad y la probabilidad de ser víctima de las violencias y la delincuencia

La seguridad ciudadana es un reto que el Estado mexicano tiene frente a los altos índices de delincuencia que se viven a lo largo del territorio nacional; afectan el bienestar personal y comunitario tanto por el riesgo de ser víctimas de algún tipo de violencia, como por la percepción de inseguridad. La población teme realizar sus actividades cotidianas, por miedo a sufrir algún hecho delictivo que atente contra su integridad física o moral, vulnere sus derechos e, incluso, ponga en riesgo su vida.

**CÓDIGO COMÚN**

**Homicidio:** delito que consiste en matar a una persona de manera voluntaria o involuntaria.

**Feminicidio:** delito que consiste en matar a una mujer por razones de género.

La **percepción de la inseguridad** se relaciona con las estadísticas sobre actos delictivos y criminales que se difunden en los distintos medios de comunicación y que se obtienen de registros administrativos, hechos por la policía, o por encuestas de percepción.

La información cuantitativa y cualitativa que circula, sobre todo ahora, en las redes sociales, alerta a la población en general sobre qué tan probable o no es sufrir un ataque del crimen organizado mediante un asalto, extorsión, secuestro, robo de auto y domiciliario, hasta de **homicidio** y **feminicidio**.

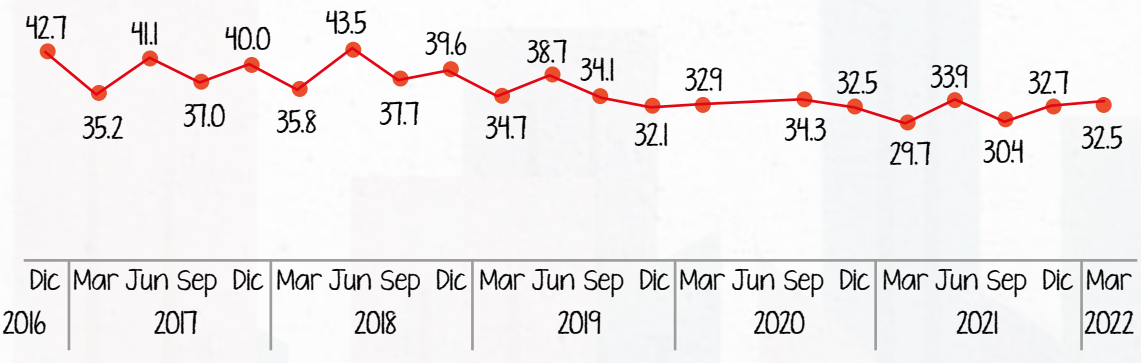
Algunas estadísticas que dan cuenta de estos factores que abonan a la percepción de la inseguridad, son las siguientes.

La Encuesta Nacional sobre Seguridad Pública Urbana (ENSU) se aplica tres veces al año con el propósito de presentar información sobre las percepciones y experiencias de la población en cuanto a la seguridad pública en zonas urbanas.

Entre los resultados de la ENSU 2022 se encuentra la gráfica que presenta porcentajes, desde diciembre de 2016 y hasta marzo de 2022, de la población de 18 años y más que en su vida cotidiana tuvo conflictos que, de acuerdo con el INEGI, son situaciones donde dos o más personas tuvieron un desacuerdo que se originó por la oposición e incompatibilidad de intereses, valores y necesidades de manera que, cuando las personas percibieron estas diferencias, al no resolverlas pacíficamente, pudieron llevarles a enfrentamientos en los cuales se manifestaron uno o varios tipos de violencias física, verbal o psicológica.

En estos resultados se observa que en marzo de 2022, 32.5% de la población había tenido conflictos o enfrentamientos en su vida cotidiana.

Porcentaje de población de 18 años y más que tuvo conflictos o enfrentamientos en su vida cotidiana




**Fuente:** Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), *Encuesta Nacional sobre Seguridad Pública Urbana (ENSU) Segundo Trimestre 2022,* México, INEGI, 2022, disponible en https://bit.ly/3hNJFQK (Consulta: 23 de octubre de 2022).

**CÓDIGO COMÚN**

**Taxi pirata:** vehículo que ofrece el servicio de transporte público sin contar con la concesión o el permiso para ello y, por lo tanto, no es seguro.

**GPS:** es una aplicación que se usa en un dispositivo electrónico para conocer la ubicación propia en tiempo real de lugares gracias a la información satelital.



Las personas realizan algunas acciones para limitar las probabilidades de sufrir alguna violencia o delito. Por ejemplo, asegurarse de no subir a un **taxi pirata** porque se han dado casos donde la delincuencia asalta o secuestra personas con estos vehículos.

La ciudadanía se moviliza y busca alternativas de protección, mediante alertas por el celular o el envío de la ubicación por **GPS**.

Durante el primer trimestre de 2022, las personas en las grandes ciudades del país tomaron medidas para reducir las probabilidades de sufrir las consecuencias de la inseguridad:

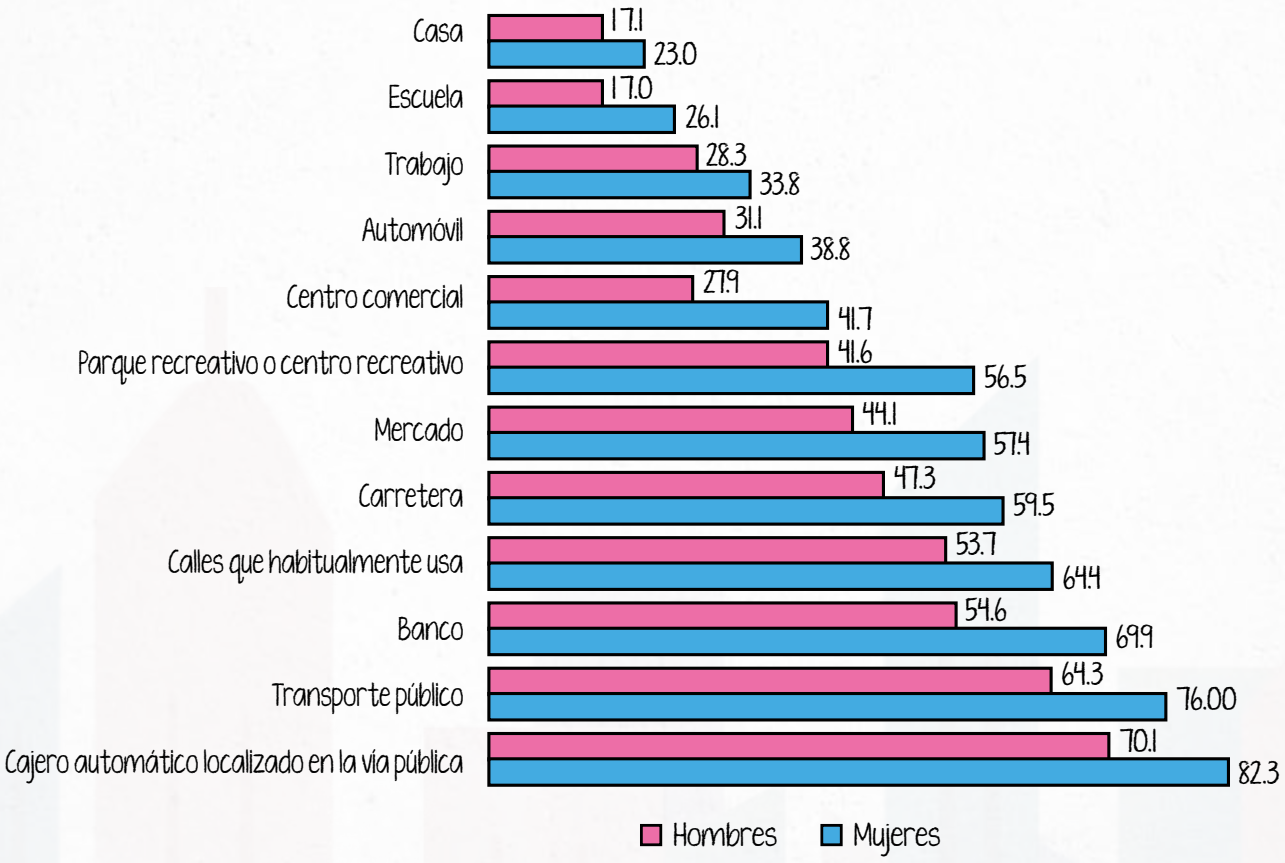
- 55.8% de la población de 18 años y más, manifestó que modificó sus hábitos respecto a llevar cosas de valor, como joyas, dinero o tarjetas de crédito.
- 49.3% reconoció haber cambiado hábitos de caminar por los alrededores de su vivienda después de las ocho de la noche.
- 48.9% modificó rutinas en cuanto a permitir que sus hijos menores salgan de su vivienda.
- 30.5% cambió rutinas relacionadas con visitar parientes o amigos.

Este tipo de acciones pueden ayudar a reducir las probabilidades de vivir una situación de inseguridad, sin embargo, la percepción de seguridad se mantiene porque se sabe de situaciones cotidianas que dañan a otras personas, además de que tales medidas atentan contra el derecho a la libertad y la movilidad.

Muchos casos no pueden ser predichos, sin embargo, si se cuenta con fuentes confiables, se pueden identificar tramos de carretera donde suceden más asaltos o poblados donde hay mayor número de crímenes, lo que hace que haya mayor o menor probabilidad de vivir situaciones de inseguridad que ponen en riesgo la vida e integridad de las personas.

En la siguiente gráfica puedes ver la población de 18 años y más que se siente insegura en diferentes lugares en las grandes ciudades de México.

Población de 18 años y más que se siente insegura por tipo de lugar y distinción por sexo, junio de 2022




**Fuente:** Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), *Encuesta Nacional sobre Seguridad Pública Urbana* (*ENSU*) *Segundo Trimestre 2022*, México, INEGI, 2022, disponible en https://bit.ly/3hNJFQK (Consulta: 23 de octubre de 2022).

1. Comenta la lectura con otros miembros de tu comunidad y mencionen los factores que propician las situaciones donde se percibe inseguridad. Escríbelos.

2. Subraya las conductas antisociales o delictivas que identifiquen en tu colonia o comunidad.

- Vandalismo en viviendas o negocios.
- Venta o consumo de drogas.
- Disparos frecuentes con armas.
- Bandas violentas o pandillerismo.
- Tomas irregulares de energía eléctrica (diablitos).
- Robo o venta ilegal de gasolina o diésel (huachicol).

3. ¿Hay otras conductas antisociales que han identificado? Escríbelas.

## **Tema 3.** Situaciones cotidianas en las que puede intervenir el azar

Ya has conocido las definiciones y algunos ejemplos de probabilidad y del azar. A continuación se plantean algunas situaciones donde se involucra el azar y algunas en las que no.

### Ejemplos:




En la tortillería de Mario era posible comprar las tortillas después de las tres de la tarde. Un día, Moisés abrió una cocina económica frente a la tortillería y compró 20 kg de tortillas para un cliente que tendría una fiesta. Por lo tanto, Rosario, que estaba formada después de Moisés, ya no alcanzó a comprar.

La probabilidad de encontrar tortillas a las tres de la tarde era alta, pero como en este evento intervino el azar y Moisés compró 20 kg antes de esa hora, las otras personas ya no alcanzaron tortillas.

La agricultura de temporal depende del comportamiento de las lluvias, así como de la capacidad del suelo para captar agua y conservar la humedad. Estas características hacen que la agricultura de temporal sea incierta y que los efectos del cambio climático dificulten más la predicción de las temporadas de lluvia para saber cuándo sembrar y cuándo cosechar.



Existe la necesidad de dar mantenimiento a un salón ejidal con pintura, en una reunión se pide a la comunidad compartir algo de pintura sin especificar los colores.

El azar en este caso influye en la decisión de la comunidad: si alguien tenía pintura azul guardada y la dona, si otra persona decide comprar pintura verde, etc. El resultado dependerá entonces de las acciones de la comunidad.





Una situación diferente sería que el encargado de la organización pidiera a la comunidad que apoye con pintura roja, explicando que es el único color a utilizar; o se puede tener una reunión para decidir el tono. Cuando se renueve el salón ejidal, el color ya no quedará al azar, sino que será seguro que se pinte de rojo o del color que decidan entre todas las personas de la comunidad. Si alguien lleva pintura de otro color, esta no será usada.

Otro caso cotidiano donde no se interpone el azar, es cuando se compra una paleta de fresa que se encuentra sellada en una bolsa no transparente: es seguro que esta paleta será sabor fresa.

En cambio, si fueras a una paletería y pidieras su producto más popular, no tendrías seguridad de cuál sabor te darían porque la elección dependería del gusto de otras personas.



**Actividad 3.** Relaciona con una línea cada evento de la primera columna con la situación que puede cambiar su desarrollo.

- El lunes habrá clases.
- Hornear un platillo.
- Salir a barrer la calle.
- Llegar a tiempo al trabajo.
- Sembrar.

Hay un embotellamiento.

El maestro se enferma.

Retraso en la época de lluvias.

Se acaba el gas.

Se desencadena una tormenta.

**1.** Describe dos situaciones recientes que hayas vivido en las cuales no interfiera el azar.

**a)** _____

_____

_____

**b)** _____

_____

_____

## PROYECTO

**a)** Reúnete con familiares, amistades o con personas del *Círculo de estudio* y, a partir de la lectura sobre inseguridad y las respuestas en el apartado anterior sobre situaciones de inseguridad, menciona dos de ellas que percibas como las más frecuentes en tu colonia o comunidad.

### Situación 1

### Situación 2

**b)** En grupo hagan una lluvia de ideas para proponer medidas de seguridad. Anótalas en los espacios siguientes.

Medidas de seguridad para la situación 1

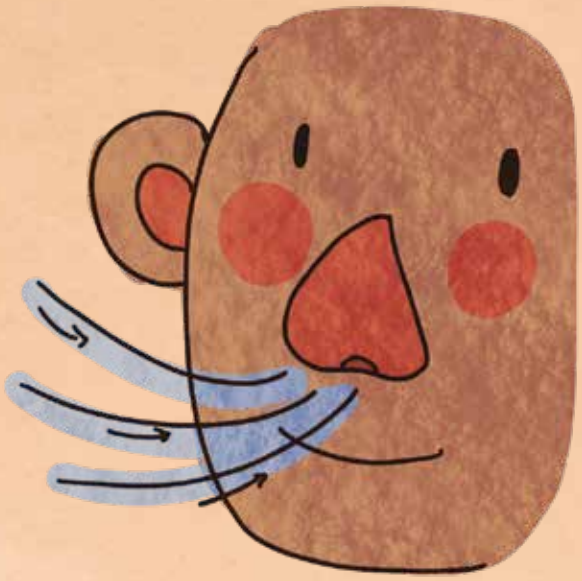
Medidas de seguridad para la situación 2

## Tema 4. Eventos en los que interviene el azar y eventos en los que no



Recuerda que el **azar** depende de **factores no predecibles**. Hasta el momento has revisado algunos casos cotidianos donde influye, pero también es necesario distinguir aquellos casos donde no se presenta.

En los eventos que no tienen factores impredecibles no interviene el azar, como la respiración de las personas, ya que es seguro que se necesita respirar para vivir.





Los eventos en los que **no influye el azar** son aquellos donde los **factores externos no pueden cambiar el resultado**. Otro ejemplo de estos eventos es la combinación de colores: se conoce que los colores primarios son el azul, el rojo y el amarillo, y se conoce también el resultado de mezclarlos.

Si quieres usar un tono anaranjado, deberás mezclar el color rojo con el amarillo e igual sucede con el morado y el verde:

Rojo + Amarillo = Anaranjado

Rojo + Azul = Morado

Amarillo + Azul = Verde

Estos resultados no cambiarán, aunque las tonalidades sí pueden variar.



Formar un color nuevo a partir de la mezcla de otros no es una situación donde intervenga el azar, como acabas de leer. Para saber cómo se forman los colores, lee el texto siguiente.

Lee en voz alta

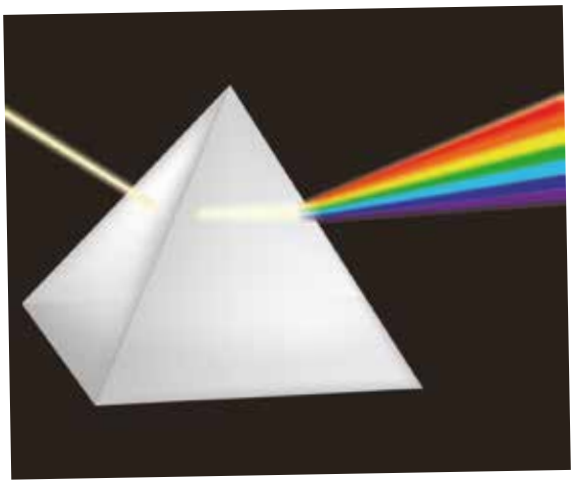
Comparte la lectura



## La luz blanca y los colores

Isaac Newton demostró científicamente en 1704 que la luz blanca está compuesta por los colores del arco iris. Gracias a esta luz todos los objetos pueden hacerse visibles ante nuestros ojos, ya sea que esta provenga del Sol, de una lámpara, un foco o una vela.

Estas fuentes de luz reciben el nombre de **cuerpos luminosos**, mientras que los otros objetos que no poseen luz propia son llamados **cuerpos iluminados**.

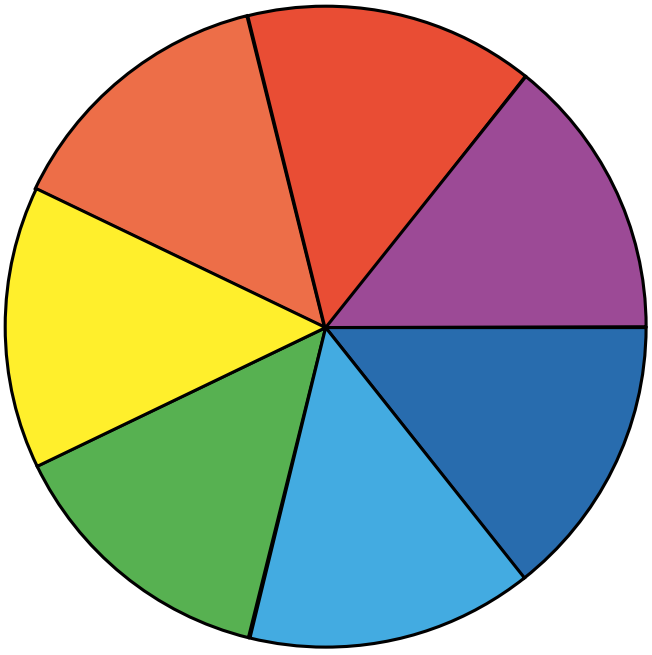


La luz se propaga en una línea recta, la cual recibe el nombre de **rayo luminoso**; el conjunto de rayos luminosos que emite un mismo cuerpo es llamado **haz luminoso**. Podemos ver los colores de los objetos gracias a que los rayos luminosos rebotan en ellos, fenómeno conocido como **reflexión** de la luz.

El ojo humano no es capaz de distinguir todos los colores que se forman en la naturaleza, pues hay algunos que no están dentro del **espectro luminoso**, es decir, del intervalo de colores que las personas pueden distinguir. Por ejemplo, la luz infrarroja y la ultravioleta no son visibles para nuestros ojos, aunque algunos animales sí pueden verlas.

## REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA ▪ LA MATEMÁTICA ▪

La forma como Newton demostró que la luz blanca se forma a partir de los colores que sí podemos distinguir es un experimento que puedes repetir: consiste en hacer girar muy rápido un círculo coloreado con los tonos del arcoiris –o disco de Newton–, y en cierto momento lo verás blanco gracias a que todos los colores se **superponen** en nuestra **retina**.



**CÓDIGO COMÚN**

**Superponer:** cuando algo se coloca encima de otra cosa.

**Retina:** parte interna del ojo que recibe las imágenes que vemos y las envía al cerebro a través del nervio óptico.

**TIC**

Para repetir el experimento con el disco de Newton, visita un video con las instrucciones en este enlace: https://bit.ly/3UXPN89

Esta información ya ha sido demostrada científicamente, así que no depende del azar: recorta en la página 239 el disco de Newton correctamente y hazlo girar a velocidad adecuada, los colores se superpondrán en tu ojo y se verán blancos. ¡Inténtalo!

**Fuente:** Chamizo Guerrero, José Antonio, *Ciencias 2 Física*, *Segundo grado,* Esfinge, 2016 (cuarta reimpresión), pp. 197-200.

**Actividad 4.** Repasa e identifica situaciones donde interviene el azar y donde no.

**a)** Pon en práctica tus conocimientos. Marca con una paloma ✓ si las frases describen situaciones donde interviene el azar (A) o donde no interviene (NA).

| Frases | A | (NA) |
|---|---|---|
| El ser humano necesita agua para vivir. | | |
| Hay paletas de limón en la tienda de la esquina. | | |
| Se saca un chocolate de una caja de chocolates. | | |
| Un arcoíris se verá cuando vuelva a llover. | | |
| Obtener verde al mezclar amarillo y azul. | | |
| El rosal florecerá mañana. | | |

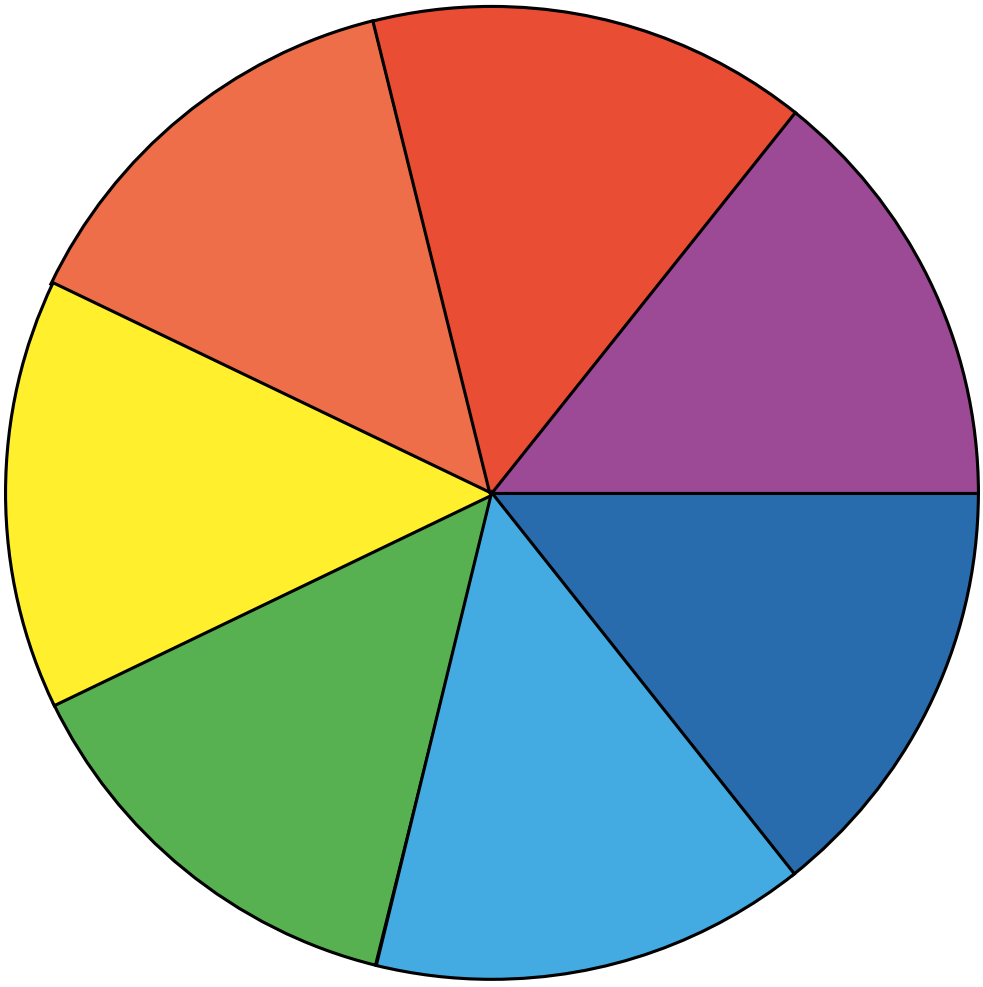
**b)** Escribe dos situaciones donde interviene el azar y dos donde no.

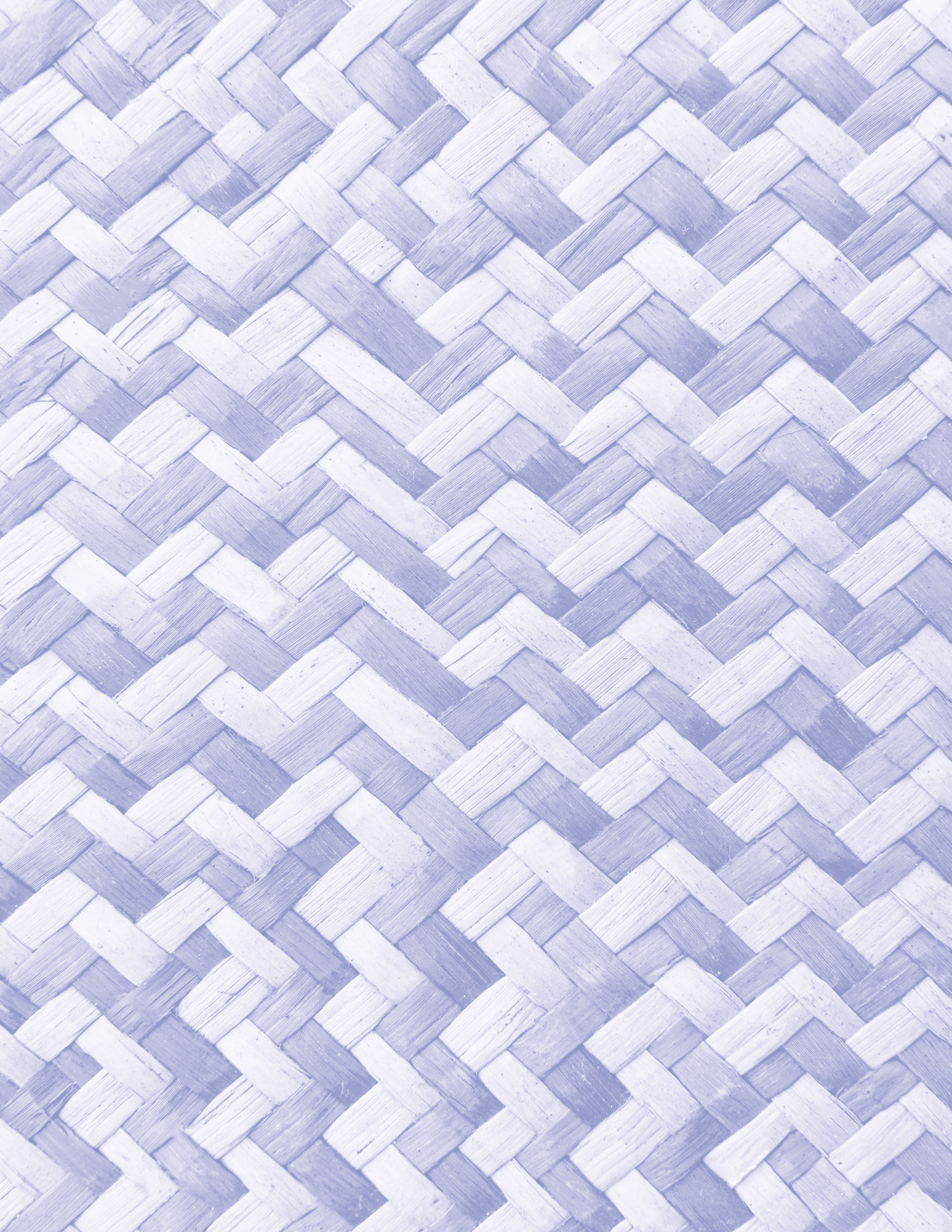
| Interviene el azar | No interviene el azar |
|---|---|
| 1. | 1. |
| 2. | 2. |

## RECORTABLE 1

Instrucciones:

1. Recorta el disco.
2. Pégalo a un cartón, puede ser la cubierta de una libreta vieja, una caja de cereal o algo similar.
3. Haz dos orificios en el centro.
4. Pasa un hilo por ambos, deja que sobre al menos 10 cm de cada lado y y haz un nudo.
5. Sostenlo de cada lado y tuerce el hilo.
6. Estíralo y suéltalo para que gire velozmente.








En esta secuencia aprendiste los conceptos de probabilidad, eventos de probabilidad y azar. Comprendiste el significado de la expresión *cuantificar la probabilidad de un evento*, identificaste situaciones cotidianas en las que se presenta el azar y las distinguiste de aquellas en que este no influye.

En tus estudios posteriores verás la utilidad de este conocimiento aplicado en el análisis de datos estadísticos.

**Actividad de cierre.** Lee los enunciados y marca con una paloma ✓ si son verdaderos (V) o falsos (F), según corresponda.

| Enunciados | V | F |
|---|---|---|
| La probabilidad se desarrolló con la finalidad de cuantificar la posibilidad de que ocurra un evento. | | |
| El azar se encuentra cercanamente relacionado a la probabilidad. | | |
| Si en el pronóstico del clima se menciona que hoy va a llover, es seguro que llueva. | | |
| Al lanzar una canica al aire sin que haya algún obstáculo, es seguro que caiga de regreso. Por lo tanto, es un evento donde no interviene el azar. | | |
| Al decir los números enteros positivos en orden, es posible que después del cuatro siga el siete. | | |

## PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

| Actividades | Sí |
|---|---|
| Leí sobre la percepción de inseguridad. | |
| Identifiqué conductas delictivas o antisociales en mi colonia o comunidad. | |
| Seleccioné dos conductas delictivas o antisociales que se presentan en mi colonia o comunidad. | |
| Reflexioné con otras personas sobre la percepción de inseguridad en la colonia o comunidad y determinamos medidas para prevenir dos de ellas. | |



Secuencia

# 10

# *Experimentos aleatorios con dos resultados posibles*

En esta secuencia distinguirás entre un experimento determinístico y uno aleatorio, aprenderás a registrar los resultados de experimentos aleatorios como conjunto de eventos y reconocerás que el azar es un factor a considerar para el análisis de datos estadísticos y la toma de decisiones.

PROYECTO

También continuarás con el desarrollo del proyecto *Acciones comunitarias para hacerle frente a la inseguridad*, con estas actividades:

- Lectura sobre las encuestas como experimentos aleatorios con dos resultados y análisis de una gráfica sobre percepción de inseguridad.
- Definición de una encuesta de dos resultados posibles y establecimiento del espacio muestral.
- Aplicación de la encuesta e interpretación de los resultados.

Como en secuencias anteriores, el ícono PROYECTO distingue las actividades del proyecto.

# INICIO

**Actividad de inicio.** Marca con una paloma ✓ si es completamente seguro (S) que las situaciones sucedan o no es seguro que sucedan (NS).

| Situaciones | S | NS |
|---|---|---|
| Es seguro que el bebé de una pareja que tiene el cabello castaño también tenga el cabello castaño. | | |
| Si alguien te pregunta la hora, es correcto decir que son las 4:78. | | |
| Si cortas un cable, es seguro que ya no pase corriente. | | |
| Si en la plaza se encuentran 10 palomas, es seguro que una sea blanca y las demás grises. | | |
| Si se deja una manzana ya madura bajo el sol, con seguridad se echará a perder más rápido. | | |

# DESARROLLO

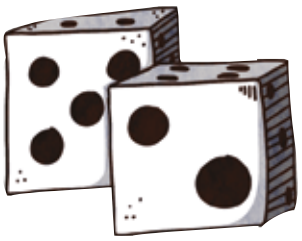
## Tema 1. El experimento aleatorio

Lee el texto para que reconozcas en qué consiste un **experimento aleatorio**.

**CONEXIONES**

Revisa en las secuencias 9 y 10 de esta unidad y módulo las características del azar y de las situaciones donde interviene.

En la secuencia anterior reconociste situaciones en las que interviene el azar y otras en las que no interviene; a continuación, revisarás los experimentos aleatorios.



Un **experimento** es la observación de un fenómeno que sucede en la naturaleza. Puede ser de dos tipos: experimento determinista y experimento aleatorio.

El **experimento determinista** es aquel en el que **no hay dudas acerca del resultado que se conseguirá** si se repite varias veces. Por ejemplo, dejar cubos de hielo bajo el sol siempre tendrá como resultado que se derritan.

El conocimiento ya demostrado es otro ejemplo: sumar 2 + 2 siempre tendrá 4 como resultado, mezclar el color azul con el amarillo dará verde.

El **experimento aleatorio** es aquel en el que **no se puede anticipar el resultado** de lo que va a ocurrir porque interviene el azar, aunque sí se conocen todos los resultados posibles que se pueden obtener al realizarlo. Por ejemplo, lanzar una moneda y observar de qué lado cayó, solo tiene dos resultados posibles.



La palabra **aleatorio** quiere decir que se trata de un proceso en el que interviene el azar. El mismo ejemplo de lanzar una moneda al aire para ver de qué lado cae presenta factores que pueden cambiar el resultado, pues no siempre caerá del mismo lado, a veces se lanzará con la misma fuerza, al caer al suelo puede rebotar varias veces antes de detenerse, entre otros factores.

Estos son detalles que pueden cambiar el resultado, pero no es posible cuantificarlos para asegurar que la moneda siempre caerá en sol.

La característica de un experimento aleatorio es que se ejecuta varias veces de forma controlada para registrar los resultados; es decir, que se repiten las condiciones posibles en las que sucedió cuando se ejecutó por primera vez.

## Ejemplo:

Si se trata de encestar un balón profesional de basquetbol desde cierta distancia, se procura que dicho balón sea el mismo, que la distancia sea también la misma, que no haya obstáculos entre la persona que tira y la canasta, entre otras condiciones regulables.



Si se cambia el balón profesional por una pelota infantil, entonces ya se trata de otro experimento, pues esta última tiene diferentes características de peso, tamaño y material que no se utilizaron en el experimento inicial.



Al reproducir una misma acción con las mismas condiciones iniciales, se podría pensar que el resultado será siempre el mismo, pero esto no es así.

## Ejemplos:

Cuando hay nubes oscuras en el cielo puede ser que llueva, pero habrá ocasiones en las que no.



En los países donde para elegir representantes hay una **segunda vuelta electoral**, quizá no resulte electa la persona que encabezó la primera ronda de elecciones.



**CÓDIGO COMÚN**

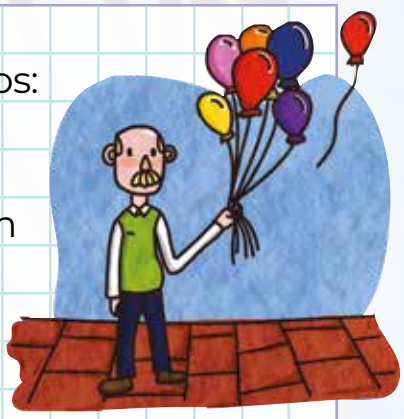
**Segunda vuelta electoral:** consiste en la posibilidad de que un proceso electoral se realice en dos etapas o "vueltas" cuando ningún candidato haya obtenido un porcentaje predeterminado de votos en la primera vuelta. Es como un desempate entre los candidatos con mayor número de votos cuando ninguno haya obtenido la mayoría absoluta.

Son este tipo de casos los estudiados como **experimentos aleatorios**, donde se inicia de la misma manera, pero el resultado cambia por el azar.

## Ejemplos:

Si el experimento consiste en los siguientes pasos:

1. Ir a una plaza.
2. Observar a la persona que vende globos en esa plaza para ver si lleva sombrero.



La persona observadora puede repetir este patrón durante varios días, sin que cambie nada. Pero eso no asegura que quien vende globos nunca se vaya a poner un sombrero.

Por otra parte, al ejercer el voto en las elecciones se consideran factores como la trayectoria, el grupo político al que pertenece, las promesas de campaña y los comentarios de otras personas para decidir si se apoya o no cierta candidatura.



Tras las elecciones es necesario dar seguimiento a las acciones de la persona electa para detectar cualquier posible acto de corrupción y denunciarlo, si se da el caso, ante las instancias correspondientes, porque los factores contemplados durante las elecciones no garantizan que esta proceda con honestidad.

Sucede lo mismo con varios experimentos simples como lanzar un dado. Que la misma persona lance el mismo dado en la misma mesa, no resulta en que siempre salga el mismo número como resultado.

En conclusión, para que una situación sea aleatoria es necesario que tenga más de un posible resultado y que intervenga el azar, es decir, que no sea posible predecir su resultado al 100%.

**Actividad 1.** Marca con una paloma ✓ las opciones que forman parte de todos y cada uno de los experimentos aleatorios.

- Monedas ☐
- El azar ☐
- Un cronómetro ☐
- Al menos dos resultados posibles ☐
- Dados ☐
- Pelotas ☐

**PROYECTO**

Continúa con las actividades del proyecto.

**a)** Lee el siguiente texto.

Lee en voz alta

Comparte la lectura

## Las encuestas como experimentos aleatorios con dos resultados posibles

Las preguntas con respuesta de sí o no pueden ser tomadas también como experimentos aleatorios que dependen de su contexto.

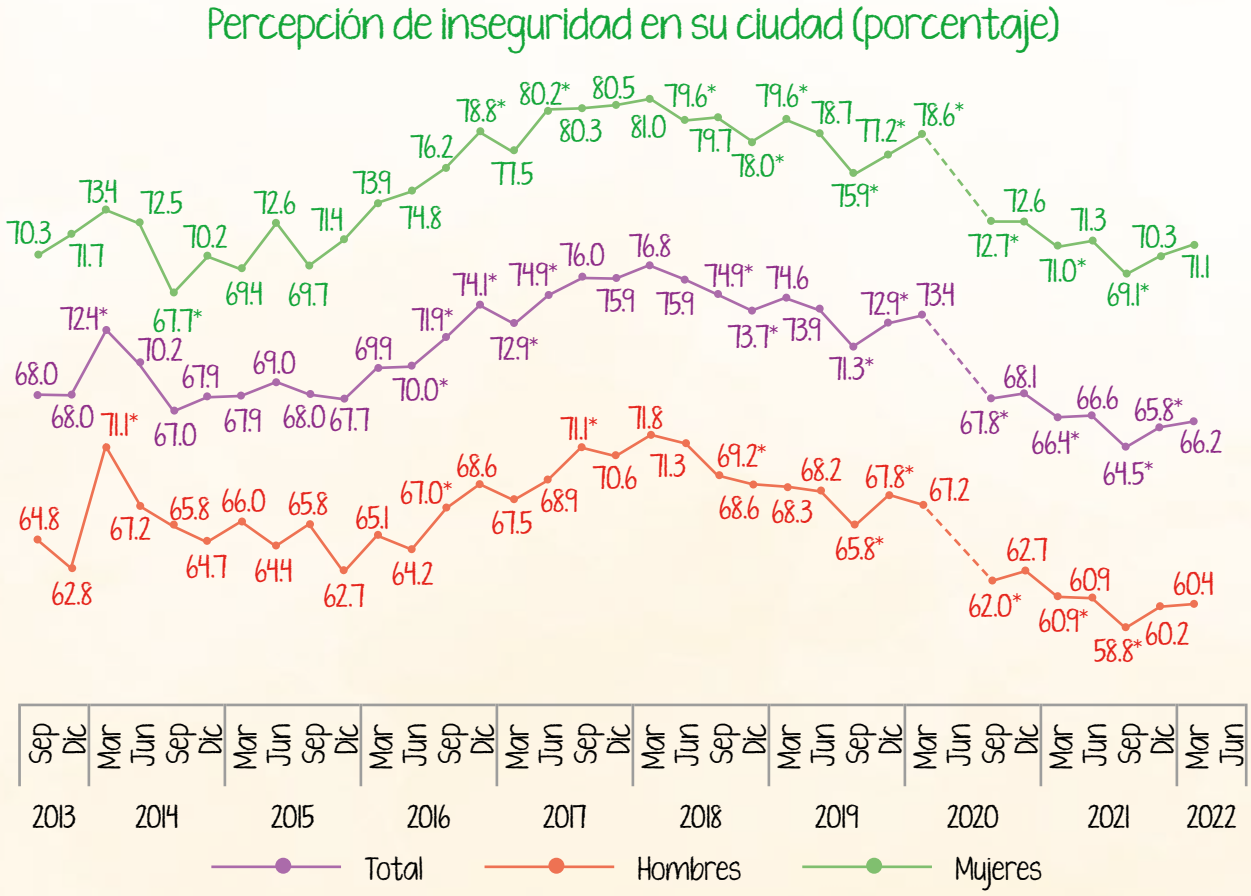
Entre las encuestas desarrolladas por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) para generar información estadística se encuentra la Encuesta Nacional de Seguridad Pública Urbana (ENSU), que mide la percepción de inseguridad en zonas urbanas.

**CÓDIGO COMÚN**

**Muestra de población:** parte de un grupo que se examina cuando la población es muy grande para ser estudiada.

El procedimiento que sigue el INEGI es aplicar un cuestionario a una **muestra de población** de 18 años y más acerca de qué tan inseguros se sienten en su ciudad (zonas urbanas), ya sea por la percepción que tienen, su conocimiento o sus experiencias personales.

El INEGI presentó la siguiente gráfica con el comparativo de los porcentajes de percepción de inseguridad por sexo desde 2013 hasta junio de 2022. Se observa que para este último mes, un 67.4% de la población se siente inseguro. Se observa también que son las mujeres quienes responden mayormente con un sí a la pregunta de si se sienten inseguras.




**Fuente:** INEGI, *Encuesta Nacional de Seguridad Pública Urbana* (*ENSU*), disponible en https://bit.ly/3McWGhH (Consulta: 19 de agosto de 2022).

Debido a la emergencia sanitaria generada por COVID-19 fue cancelado el levantamiento correspondiente al segundo trimestre de 2020, cuyos resultados serían publicados el 15 de julio de ese año.

**b)** Revisa la gráfica acerca de la percepción de inseguridad de las personas habitantes de las zonas urbanas del país y responde:

**1.** ¿En qué periodo las personas sintieron mayor inseguridad?

_____

_____

**2.** De acuerdo con este estudio, ¿quién se siente más inseguro, las mujeres o los hombres?

_____

_____

**3.** ¿En qué mes y año se sintieron menos inseguras las personas que respondieron la encuesta?

_____

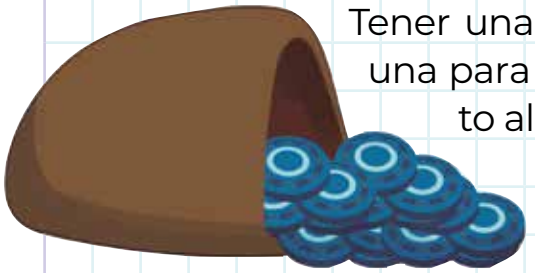
_____

**c)** Busca en fuentes confiables información sobre inseguridad en los meses y años donde aumentó la percepción de inseguridad.

## Tema 2. Dos resultados posibles

En un **experimento aleatorio** debe haber más de un solo resultado posible, aunque se inicie y se ejecute de la misma manera, de lo contrario sería completamente predecible y no intervendría el azar.

### Ejemplo:



Tener una bolsa llena de fichas azules y extraer una para conocer su color no es un experimento aleatorio porque solo tiene un resultado: es completamente predecible que la ficha extraída será de color azul.

Dentro del experimento aleatorio, se llama **evento** el resultado que se obtiene después de realizarlo.

### Ejemplo:

Si se quieren registrar los resultados de lanzar una moneda y ver de qué lado cae, primero se debe identificar como evento cada lado de la moneda: un evento es **cara** y el otro evento es **águila**.



En esta ocasión identificarás eventos donde solo existen dos posibles resultados como el ya mencionado. Analiza las situaciones siguientes.

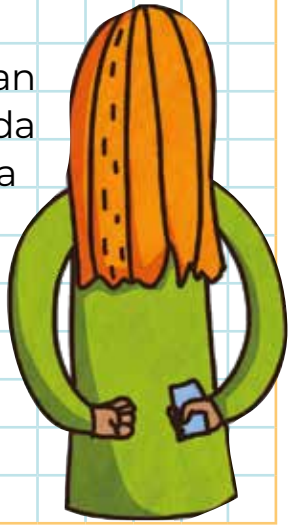
Si compras una bolsa que contiene la misma cantidad de nueces que de almendras y tomas una sin mirar dentro de la bolsa, entonces tienes dos posibilidades: almendra o nuez.

El experimento consiste en sacar algo de la bolsa sin mirar adentro, mientras que los eventos posibles son: **sacar una almendra** o, bien, **sacar una nuez**.



Si Silvia y Toño juegan a adivinar en qué mano ocultan una tarjeta, el experimento consiste en que Silvia esconda tras la espalda ambas manos y con una sola sostenga la tarjeta, mientras Toño trata de adivinar en cuál mano la tiene.

Los eventos son: **sostiene la tarjeta con la mano derecha** y **sostiene la tarjeta con la mano izquierda.**



En la vida diaria hay muchos experimentos con dos posibles resultados; en los siguientes temas de la secuencia aprenderás la forma correcta de registrarlos.

**Actividad 2.** Refuerza la información que leíste.

**a)** Marca con una paloma ✓ si en las frases siguientes interviene el azar (A) o no interviene el azar (NA).

| Frases | A | NA |
|---|---|---|
| Escoger una de las direcciones de la rosa de los vientos. | | |
| Sacar una ficha azul de una bolsa oscura que solo tiene fichas rojas y azules. | | |
| Escoger uno de los dedos de una mano, como el pulgar o el índice. | | |
| Escoger entre abrir la puerta azul o la puerta roja. | | |
| Que un objeto fabricado sea defectuoso o cumpla sus funcionalidades. | | |
| El rosal florecerá mañana. | | |

**b)** Completa la actividad describiendo dos ejemplos de experimentos aleatorios con dos posibles resultados.

Ejemplo 1

Ejemplo 2

## Tema 3. Espacio muestral y registro de experimentos aleatorios con dos resultados posibles

Como en el experimento aleatorio se repite el evento varias veces, es necesario y eficiente **llevar un registro** adecuado. Para ello, se utilizan conjuntos que son, como dice su nombre, grupos de datos que pertenecen a algo.

Un conjunto característico en probabilidad es aquel llamado **espacio muestral**, que es el conjunto de **todos los eventos** posibles o resultados que se obtienen al realizar un experimento.

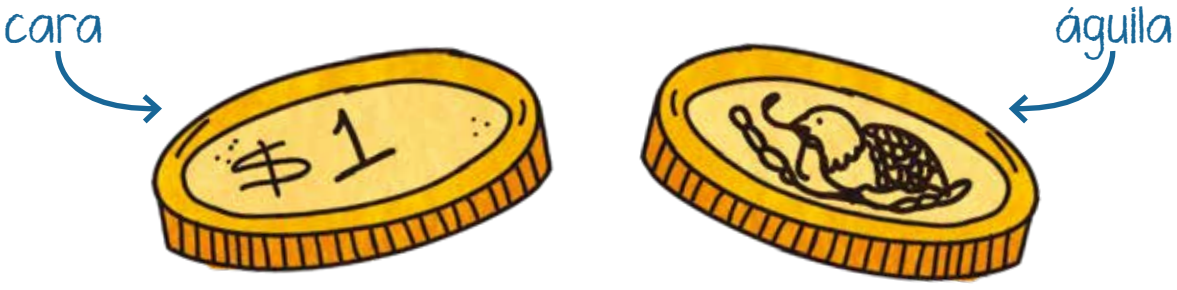
**CONEXIONES**

Repasa en la secuencia 9 de esta unidad y módulo la definición de probabilidad.

En el experimento aleatorio de lanzar una moneda, los eventos del espacio muestral se compondrán de los resultados: **cara** y **águila**.

Para registrar estos datos se utiliza la **notación de un conjunto**, que consiste en dar un nombre a dicho conjunto (en este caso el espacio muestral) e igualarlo a los datos que contiene, encerrados específicamente en llaves y separados por comas. Este es el espacio muestral del evento de lanzar una moneda:

Espacio muestral = { cara, águila }



En ciertos casos es posible simplificar la escritura; en este caso, simplificamos con **C** el evento **cara** y con **A** el evento **águila**, y se escribe en el conjunto del espacio muestral:

$$\text{Espacio muestral} = \{ C, A \}$$

Con la notación anterior se comienza el registro de un nuevo conjunto, que será el de los resultados de lanzar la moneda. Si se lanza la moneda solo una vez y el resultado es **cara**, se escribirá así:

$$\text{Resultados} = \{ C \}$$

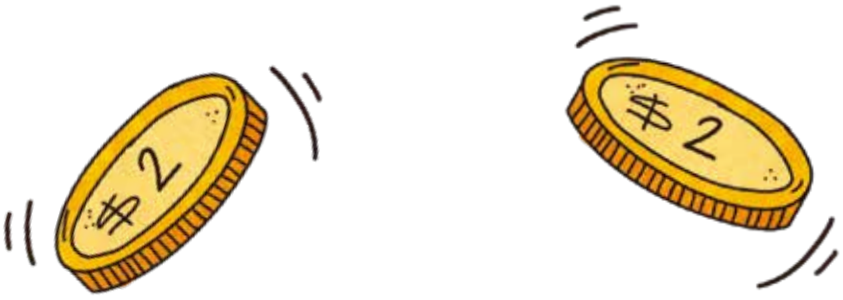
Dentro de cada experimento aleatorio se decide el número de eventos a repetir. Si se lanza la moneda cuatro veces, entonces se registran cuatro valores en el conjunto de resultados.

Si los valores obtenidos son **águila**, **cara**, **cara** y **águila**, el conjunto de resultados será:

$$\text{Resultados} = \{ A, C, C, A \}$$

De forma continua, si se vuelve a lanzar la moneda solo se necesita agregar el nuevo resultado, por ejemplo, **cara** de nuevo:

$$\text{Resultados} = \{ A, C, C, A, C \}$$



De acuerdo con el conjunto de resultados, en este experimento aleatorio se puede detallar que la moneda se lanzó cinco veces, ya que el conjunto contiene cinco eventos, de los cuales dos fueron **águila** y tres fueron **cara**. Y como producto final, se denota que el resultado **cara** fue el más repetido.

El experimento aleatorio se puede repetir las veces que se considere necesario, aunque no se puede predecir el resultado exacto final, incluso si la misma persona usa la misma moneda.

## Ejemplo:

Otro experimento aleatorio con dos resultados posibles es extraer una canica de una bolsa no transparente en la que se han introducido una canica blanca y otra canica negra, para sacar una de ellas y registrar el resultado.



Primero definimos las partes para su registro correcto.

El experimento consiste en sacar 11 veces una canica de la bolsa. El espacio muestral está compuesto por **canica blanca** y **canica negra**. Para su registro, se escribirá (B) para la canica blanca y (N) para la canica negra.

Entonces, el siguiente es el espacio muestral:

$$\text{Espacio muestral} = \{ B, N \}$$

A partir de este espacio y de realizar el experimento se registra el conjunto de resultados.

Cuando se saque una canica es necesario regresarla a la bolsa, para así continuar con los eventos, lo que se conoce como **probabilidad de reemplazo**, es decir, el hecho de regresar el objeto a evaluar. Si no se hace en este experimento, en el segundo evento ya se conocería qué canica queda, y al tercero ya no habría canica que sacar.

En los 11 eventos de sacar una canica, los resultados son:

$$\text{Resultados} = \{ N, N, N, B, N, B, N, N, B, N, B \}$$

Se concluye que se sacó 7 veces la canica negra y 4 veces la canica blanca, predominando la negra.

Este ejemplo y el anterior son **experimentos aleatorios**. Como se puede observar y comprobar, el espacio muestral ya se conoce desde antes de iniciar el experimento, pero los resultados de cada evento no.

En probabilidad se estudian los conjuntos de resultados de datos para encontrar proporciones, tendencias y probabilidades de que ocurran o no ciertos eventos.

A veces no nos damos cuenta, pero aplicamos la probabilidad en nuestra vida en distintas situaciones: por ejemplo, al incorporar un nuevo ingrediente en la preparación de un platillo para mejorarlo, al pedir opinión a distintas personas antes de tomar una decisión, entre otras situaciones cotidianas.

También participamos en experimentos aleatorios al responder las encuestas que se organizan antes, durante y después de las elecciones. Es importante mencionar que estas encuestas son para conocer el resultado **probable** en una elección, son voluntarias y **no determinan** el actuar de la persona. Por eso son aleatorias.

Es decir, expresar que votarás por cierto partido o persona en una encuesta **no determina** que tengas que hacerlo así ya que puedes cambiar de opinión. **Nadie** puede condicionar tu voto por haber expresado cierta preferencia antes de ejercer este derecho ciudadano, si alguien lo intenta es un acto de corrupción: estará cometiendo un delito, y es tu derecho denunciarlo ante las autoridades electorales.




**TIC**

Si eres víctima o testigo de un delito electoral, denúncialo en la Fiscalía Especializada en Delitos Electorales. Otorgar una despensa, algún regalo o solicitar tu credencial de elector durante la aplicación de la encuesta también son delitos. El siguiente enlace describe el procedimiento a seguir si te encuentras en una situación como estas: https://bit.ly/3yiHR7L

**Actividad 3.** Refuerza tus conocimientos acerca de los experimentos aleatorios y sus resultados.

**a)** Relaciona con una línea cada conjunto de resultados obtenidos con su explicación.

| RESULTADOS | EXPLICACIÓN |
|---|---|
| Resultados = {A, C, C A, C, A, A, C} | Obtuvo siempre **cara**, menos al final, cuando obtuvo **águila**. |
| Resultados = {C, C} | Obtuvo lo mismo de **águila** que de **cara**. |
| Resultados = {C, C, C, A} | Se tuvieron dos eventos. |
| Resultados = {A, A, A, A, A} | Los eventos fueron dos **caras** seguidas, un **águila** y una **cara**. |
| Resultados = {C, A, A, A, A, A} | Cayó una **cara** y después cinco **águilas**. |
| Resultados = {C, C, A, C} | Se obtuvo solo **águila**. |

**b)** Elabora un experimento aleatorio con datos de tu vida cotidiana.

**1.** Identifica situaciones de tu **vida diaria** en las que puedas desarrollar un experimento aleatorio con dos resultados. Escribe una de ellas.

**2.** Define el espacio muestral en esta situación.

**3.** Desarrolla el experimento aleatorio con tres eventos y registra tus resultados:

**4.** ¿Cuál fue la conclusión a la que llegaste o la interpretación de resultados tras realizar tu experimento?

## PROYECTO

**a)** Aplica un cuestionario tipo encuesta en tu vecindario al menos a 10 personas acerca de una de las situaciones que provocan más inseguridad.

**b)** Anota las respuestas y analízalas con la información que conoces hasta ahora.

| Encuesta sobre inseguridad en el vecindario | | |
|---|---|---|
| Personas encuestadas | ¿Siente inseguridad cuando camina por las calles que normalmente usa? | |
| | Sí | No |
| Persona 1 | | |
| Persona 2 | | |
| Persona 3 | | |
| Persona 4 | | |
| Persona 5 | | |

**c)** Escribe el espacio muestral del experimento con la encuesta y los resultados.

Espacio muestral:

Resultados: _____

**d)** Explica con tus palabras los resultados de tu encuesta.

_____

_____

_____

_____

**e)** Comenta con tus familiares, amistades y otras personas de tu comunidad estos resultados.




En esta secuencia diferenciaste entre experimento determinista y aleatorio, registraste los resultados de experimentos aleatorios como conjunto de eventos y reconociste que el azar es un factor a considerar para el análisis de datos estadísticos y la toma de decisiones.

**Actividad de cierre.** Para repasar lo aprendido, realiza lo que se te solicita.

**a)** Marca con una paloma ✓ si las frases siguientes son verdaderas (V) o falsas (F).

| Frases | V | F |
|---|---|---|
| Un experimento aleatorio es aquel donde no se conoce con certeza el resultado. | | |
| Un experimento contiene solo un resultado para analizar. | | |
| Seleccionar al azar uno de los colores primarios es un evento de dos posibles resultados. | | |
| Un experimento aleatorio puede ser lanzar una moneda varias veces. | | |
| Los resultados de un experimento aleatorio se pueden registrar como un conjunto. | | |
| Un experimento aleatorio con probabilidad de reemplazo consiste en sacar una canica de una bolsa que contiene dos (una blanca y una negra), se debe devolver la canica para la siguiente extracción. | | |
| En el espacio muestral se registran todos los posibles resultados de un experimento. | | |

**b)** Realiza físicamente el experimento de lanzar diez veces una moneda y registra los resultados, mencionando también cuál fue el resultado predominante.

Resultados: _____

_____

Resultado predominante: _____



## PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

| Actividades | Sí |
|---|---|
| Leí sobre las encuestas como experimentos aleatorios con dos resultados y analicé una gráfica sobre percepción de inseguridad. | |
| Definí un cuestionario tipo encuesta de dos resultados posibles y establecí el espacio muestral. | |
| Apliqué la encuesta e interpreté los resultados. | |



Secuencia

11

# *Experimentos aleatorios con hasta seis resultados posibles*

En esta secuencia conocerás eventos con más de dos resultados posibles y aprenderás a cuantificar la posibilidad de su ocurrencia en probabilidad y porcentaje.

**PROYECTO**

Continuarás con el desarrollo del proyecto *Acciones comunitarias para hacerle frente a la inseguridad*. Recuerda que el ícono **PROYECTO** señala las actividades del proyecto, que son las siguientes:

- Reflexión en torno a los datos recopilados sobre la inseguridad.
- Listado de 6 acciones para mejorar la seguridad en la colonia o comunidad.
- Elaboración de una encuesta, determinación del espacio muestral y aplicación al menos a 10 personas.
- Cálculo de la probabilidad de que cada persona encuestada elija cada una de las 6 opciones dadas.
- Registro de los resultados y análisis de la información para establecer acciones que reduzcan la inseguridad.

# INICIO

**Actividad de inicio.** Para recuperar tus aprendizajes previos, responde las siguientes preguntas.

**1.** ¿Hay probabilidad de que el cumpleaños de una persona sea el 31 de septiembre?, ¿Por qué?




**2.** Al lanzar una moneda, ¿cuál resultado tiene más probabilidades de caer, cara o águila?

**3.** ¿Consideras que en el pronóstico del tiempo que se da en los noticieros influye el azar?

**4.** ¿Cuál es el espacio muestral del experimento aleatorio de lanzar una moneda y ver de qué lado cae?

**5.** Escribe una situación donde intervenga el azar y tenga más de dos resultados posibles.

# DESARROLLO

## Tema 1. Representación de la probabilidad de un evento con fracciones



En temas anteriores has estudiado el experimento aleatorio con dos posibles resultados, así como la forma de escribirlo y registrarlo. A continuación, conocerás la forma de **cuantificar** los eventos, es decir, cómo dar valor numérico a la probabilidad de que suceda un resultado.



Para empezar, es necesario aclarar la diferencia entre la probabilidad y el porcentaje.

Como ya sabes, el **porcentaje** es un número que va desde el 0% hasta el 100%; aplicado a la probabilidad, el cero es la **nula** posibilidad de que un resultado suceda y el cien representa la completa certeza de que este resultado ocurra.

Al lanzar una moneda, por lógica se dice que cara y águila tienen cada una la mitad de posibilidad de suceder porque son los dos resultados posibles en el espacio muestral de este experimento. Esto es, se tiene el 50% de probabilidad de que suceda cada una.

**CONEXIONES**

Revisa en las secuencias de la unidad 3 del módulo *Pensamiento matemático 3* la forma de calcular un porcentaje.

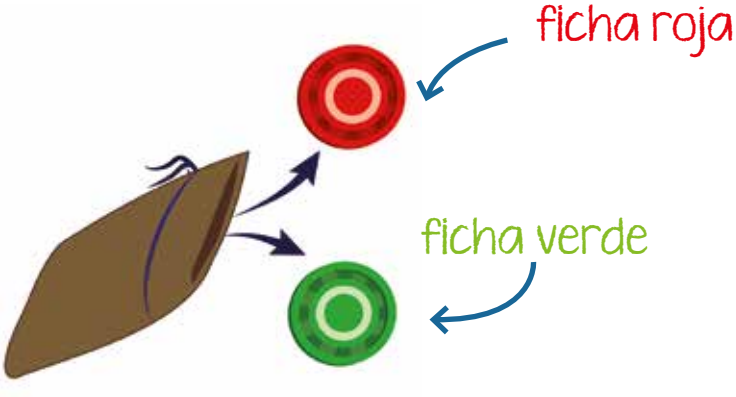
**CÓDIGO COMÚN**

**Nula o nulo:** en matemáticas indica que tiene valor igual a cero.

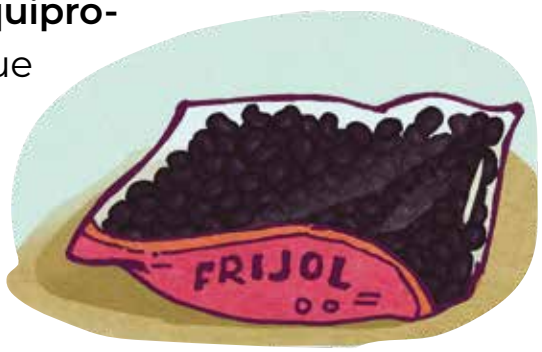
La **probabilidad** de que un evento suceda está entre cero y uno, con el cero como nulo y el 1 como resultado seguro. Esto indica que **la probabilidad de un evento es un número decimal a excepción de los dos ya mencionados (0 y 1)**. En el ejemplo de las monedas, cada una tiene 0.5 probabilidades de ocurrir.

Un **evento equiprobable** es aquel donde la probabilidad de obtener un resultado u otro es la misma, como al lanzar una moneda, pues se tiene la misma probabilidad de obtener cara o águila como resultados.

Otro evento equiprobable es sacar una ficha roja de una bolsa en la que solamente se tiene una ficha roja y otra verde, ya que al tener la misma cantidad de cada ficha las probabilidades de sacar una u otra son también las mismas.




Un ejemplo de **evento que no es equiprobable** es calcular la probabilidad de que en un kilogramo de frijoles **negros** se encuentre un frijol **pinto**. Es cierto que es común encontrar alguno distinto, pero es claro que la probabilidad no es la misma ya que, incluso, puede que no haya un solo frijol **pinto**.




Al calcular la probabilidad de cualquier resultado se usa la fórmula siguiente:

$$P = \frac{\text{Eventos favorables}}{\text{Total de eventos}}$$



En el caso conocido de lanzar la moneda y calcular la probabilidad de **cara**, el número total de eventos es aquel que ya se dio a conocer como el espacio muestral:

$$\text{Espacio muestral} = \{\text{Cara, Águila}\}$$

Es claro que el total de eventos es 2, mientras que el resultado favorable **cara** es de 1. La probabilidad numérica entonces será:

$$P = \frac{\text{Eventos favorables}}{\text{Total de eventos}}$$

$$P = \frac{1}{2}$$

El resultado es un número en fracción que equivale a 0.5 en números decimales. Tanto en su forma fraccionaria como decimal significa que se tiene la mitad de posibilidad de obtener cara. Ambas formas de expresarlo son correctas.

Debido a que es un evento equiprobable, la probabilidad de obtener águila será también de $\frac{1}{2}$ o de 0.5, y de 50% si se expresa como porcentaje.

Si sumas las probabilidades de los eventos que forman el espacio muestral, el resultado debe ser 1:

$$\frac{1}{2} \text{ de cara más } \frac{1}{2} \text{ de águila da como resultado } 1$$

$$0.5 + 0.5 = 1$$

Del mismo modo, al sumar los porcentajes de cada evento, el resultado debe ser igual a 100%.

$$50\% + 50\% = 100\%$$

**CONEXIONES**

Recuerda que para convertir una fracción en número decimal se divide el numerador entre el denominador y que los números racionales forman parte de los números reales. Revisa la división en la secuencia 3 de la unidad 1 del módulo *Pensamiento matemático 3*.

**Actividad 1.** Repasa lo aprendido acerca de la cuantificación de los resultados de un experimento aleatorio relacionando con una línea ambas columnas.

| | |
|---|---|
| ■ Fórmula de la probabilidad de un evento. | Desde 0 hasta 1. |
| ■ Intervalo en números de la probabilidad. | $P = \frac{1}{2}$ |
| ■ Intervalo en porcentaje de la probabilidad. | $P = \frac{\text{Eventos favorables}}{\text{Total de eventos}}$ |
| ■ Probabilidad de obtener sol al lanzar una moneda. | Desde 0 hasta 100. |
| ■ Conjunto del espacio muestral de lanzar una moneda. | {C, A} |
| ■ Conjunto de resultados de lanzar una moneda tres veces. | {A, A, C} |

## PROYECTO

**a)** Revisa nuevamente la información de la Encuesta Nacional de Seguridad Pública Urbana (ENSU), primer trimestre 2022, así como lo realizado hasta este momento en el lugar donde vives.

- Responde las preguntas con base en esos datos:

**1.** ¿Qué crímenes o delitos identificas como causas de la percepción de inseguridad en la colonia o comunidad?

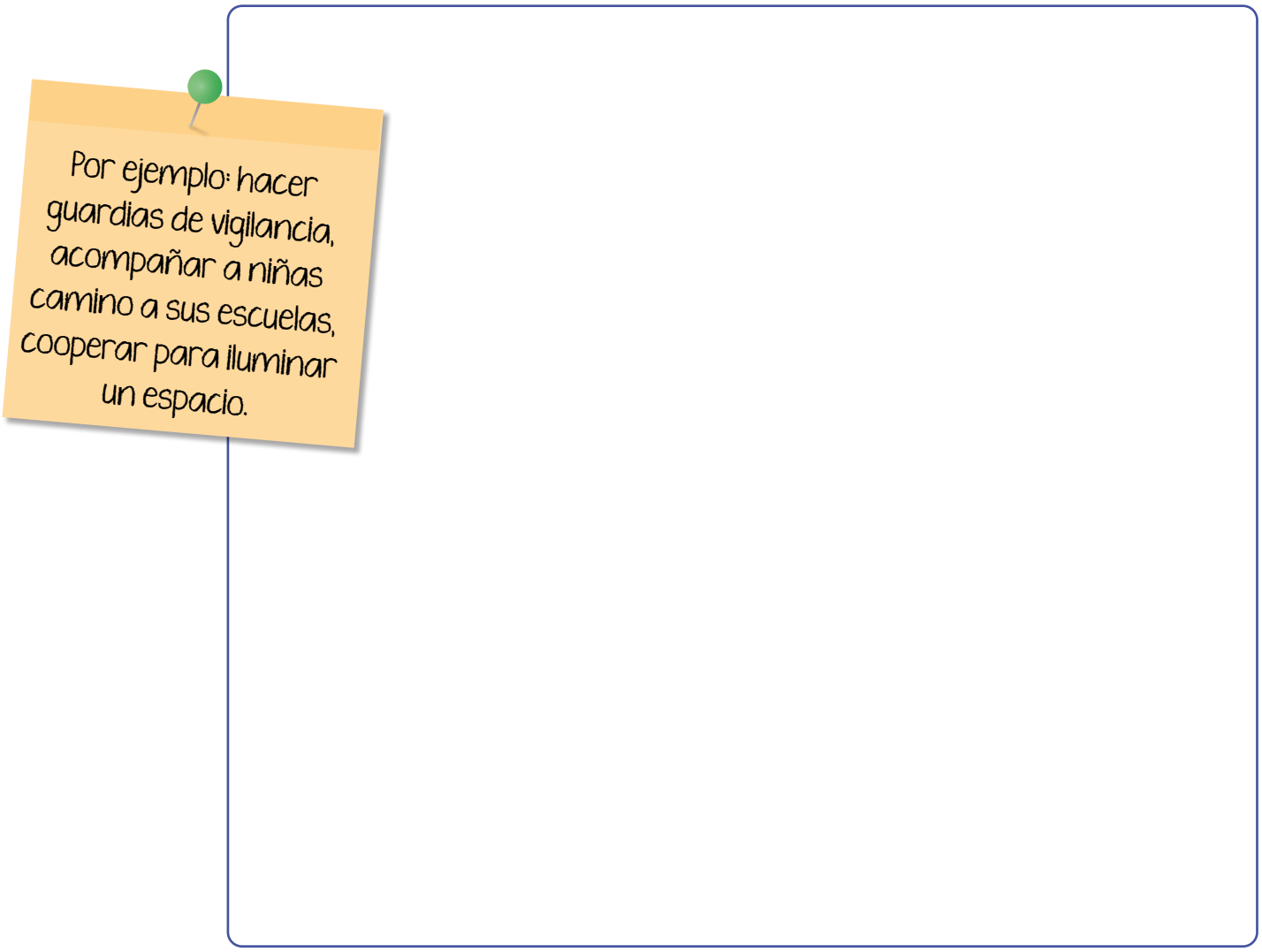
**2.** Haz una lista de delitos o crímenes que han sucedido en el lugar donde vives y que se relacionan con la percepción de inseguridad.

**TIC**

Existen varias aplicaciones que se pueden descargar en el celular para entrar en contacto con otras personas. Infórmate en tu *Plaza comunitaria*.

**b)** Reúnete con las personas que participan en el proyecto y hagan una lista de acciones posibles para prevenir la inseguridad.

**c)** Anota las 6 acciones que consideren más urgentes o necesarias.




**d)** A partir de estas 6 acciones plantea un cuestionario tipo encuesta para aplicar en tu colonia o comunidad al menos a 10 personas, en la que cada persona seleccione cuál es la opción que consideren más urgente u oportuna.

**e)** Selecciona el espacio muestral para la encuesta:

Espacio muestral = _____

**f)** Escribe tu encuesta en el siguiente recuadro.

- Recuerda mencionar a las personas a encuestar que solo pueden seleccionar una de las seis opciones.



## Tema 2. Representación con una fracción de la probabilidad de un evento

Durante la inscripción a diferentes programas, como talleres o cursos, el número de personas que asisten suele ser grande como para atenderlas a todas en un solo día. **Una forma de organizar** a quienes se inscribieron es **por medio del abecedario**.

Ejemplo:

El primer día –lunes– aceptan a personas con la letra inicial de apellido A, B, C, D, E y F.

El evento en este caso sería plantear con qué letra comienza el apellido de la persona que llega a inscribirse.




El espacio muestral de personas que se inscribirán el lunes sería el siguiente:

$$\text{Espacio muestral} = \{A, B, C, D, E, F\}$$

Con un total de resultados posibles de 6, porque son seis letras.

Si se desea calcular la probabilidad de que se inscriban personas cuyo primer apellido comience con D, se puede escribir de esta forma:

$$P(\text{Apellido que comience con D}) = \frac{1}{6}$$

Nota que al escribir de esta forma la **probabilidad**, se coloca entre paréntesis lo que se busca. Si haces la operación, a mano o con calculadora, el resultado de una persona con el apellido que comience con D es de aproximadamente 0.16 en decimales redondeados, porque 1 : 6 = 0.1666667, o de 16.6 o 17% en porcentaje redondeado.

Recuerda que, por tratarse de un evento equiprobable, cualquiera de los 6 posibles resultados tiene la misma probabilidad.

En ocasiones se requiere conocer la probabilidad de obtener no uno, sino dos resultados. Por ejemplo, en el lanzamiento de un dado puede buscarse la probabilidad de obtener los números 3 y 5.

Para hacer este cálculo, se obtiene la probabilidad de cada resultado y después se suman. Se comienza por describir el espacio muestral:

$$\text{Espacio muestral} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Luego se calcula la probabilidad de sacar el número 3:

$$P(\text{Obtener 3}) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{Obtener 3}) = 1:6 = 0.16$$

La posibilidad de sacar 3, o cualquiera de los demás resultados es de aproximadamente 0.16 en decimal y 16.7% en porcentaje, ya que se trata de un evento equiprobable. Así:

$$P(\text{Obtener 3}) = 0.16$$
$$P(\text{Obtener 5}) = 0.16$$
$$P(\text{Obtener 3}) + P(\text{Obtener 5}) = 0.32$$

Y significa que la probabilidad de obtener 3 y 5 como resultados en el evento de tirar un dado es de 0.32.

**Actividad 2.** Repasa tus aprendizajes y haz lo que se te pide.

**a)** Marca con una paloma ✓ si las frases son verdaderas (V) o falsas (F).

| Frases | V | F |
|---|---|---|
| Lanzar una moneda es un evento con seis resultados posibles. | | |
| Elegir al azar uno de los colores primarios es un evento con seis resultados posibles. | | |
| La probabilidad de que caiga un 3 al lanzar un dado es de $\frac{3}{6}$. | | |
| El espacio muestral de lanzar un dado es {1, 2, 3, 4, 5, 6}. | | |
| Un evento puede tener solo seis o menos resultados posibles. | | |

**b)** Calcula las probabilidades en fracción y porcentaje que se piden.

En el experimento aleatorio de lanzar un dado, la probabilidad de obtener el número 4.

Operaciones:

Resultado en fracción:

En el mismo experimento aleatorio, la probabilidad de obtener el número 6.

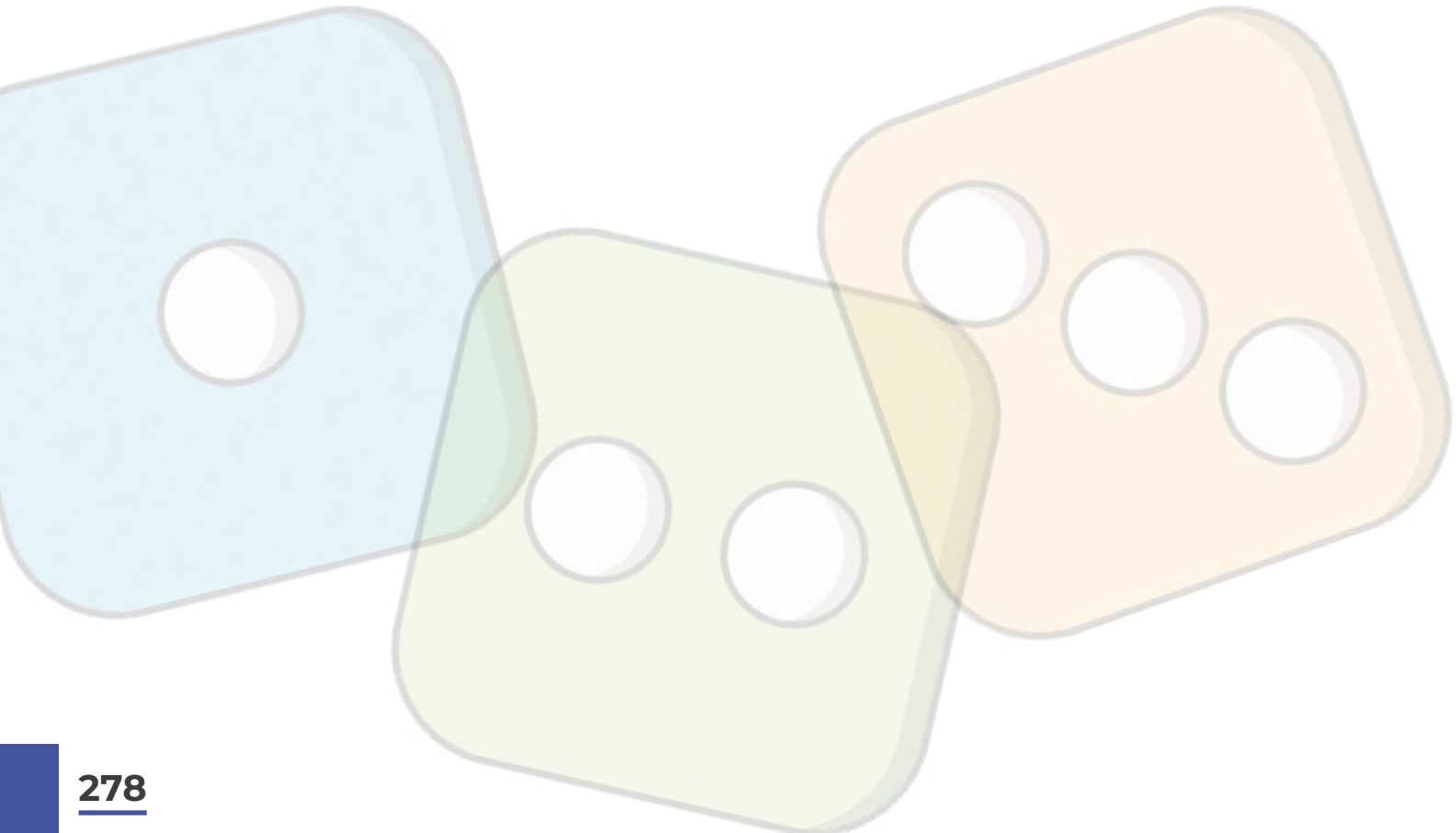
Operaciones:

Resultado en fracción:

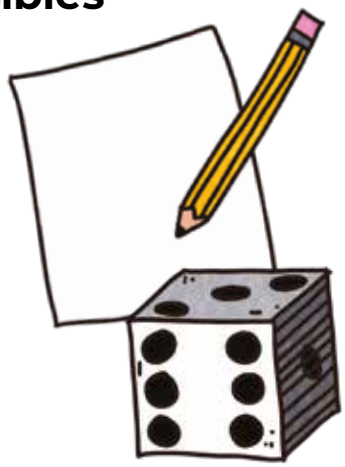
Si se desea calcular la probabilidad de obtener los números menores a 3.

Operaciones:

Resultado en fracción:



## **Tema 3.** El experimento aleatorio con seis posibles resultados: tirar un dado



El experimento aleatorio que vas a revisar es el de lanzar un dado, que tiene seis posibles opciones.

Al tirar el dado todas las posibles opciones a obtener son las siguientes:

$$\text{Espacio muestral} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Anteriormente se ha simplificado la forma de escribir los posibles resultados, como Blanco a (B) o Negro a (N). En este caso, los números contienen un solo dígito, por lo que se usarán de esa manera.

Ya viste que cada número tiene la probabilidad de caer 0.16 veces; porque en este caso, el experimento aleatorio consiste en lanzar un dado seis veces.

Después de tirar el dado, los resultados conseguidos son 5, 6, 2, 1, 5 y 2, que se representan de esta forma.

$$\text{Resultados} = \{5, 6, 2, 1, 5, 2\}$$

Al analizar los resultados se puede resaltar que el 5 y el 2 salieron dos veces, y que los números 1 y 6 se obtuvieron una sola vez. Los números 3 y 4 no salieron en ninguna ocasión.

En otro experimento con un dado, esta vez se lanza 15 veces. Los valores obtenidos se ven a continuación:

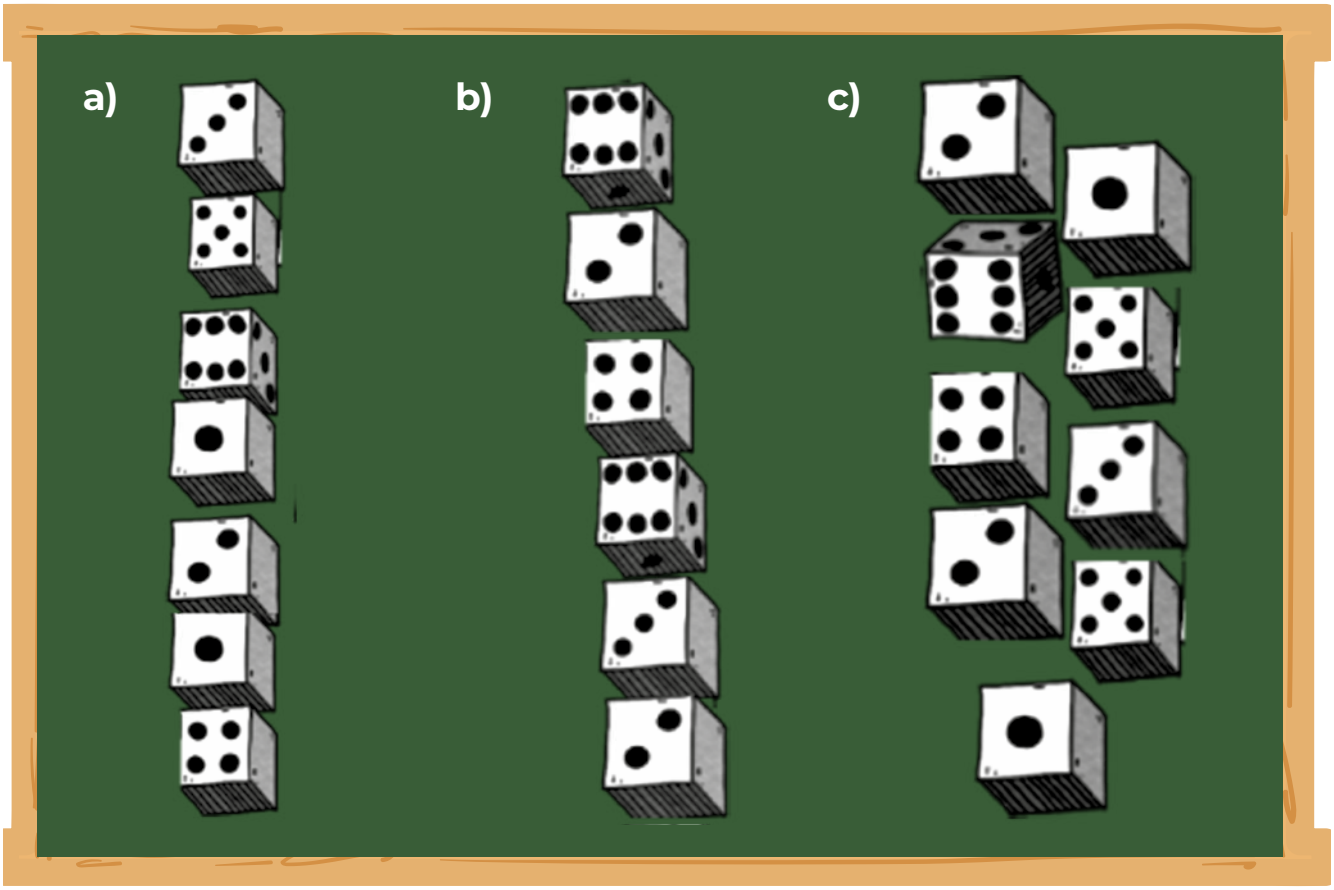
$$\text{Resultados} = \{2, 5, 5, 6, 1, 3, 2, 1, 5, 2, 6, 3, 1, 2, 2\}$$

Se puede cuantificar que el número que cayó más veces es el 2, pues salió cinco veces; siguen el 1 y el 5, que salieron tres veces, el 3 y 6 salieron dos veces y el 4 no salió ninguna vez.

Como puedes ver, no es posible predecir exactamente los resultados. A pesar de que todos los números sean equiprobables, al realizar un evento en la vida real, no siempre los resultados serán iguales.

Te sugerimos repetir los experimentos, anotar tus resultados y sacar tus conclusiones.

**Actividad 3.** Analiza los resultados que se obtuvieron en tres experimentos de lanzar un dado (a, b y c), y después escribe la letra que corresponda en los recuadros de la tabla de la página siguiente.



| Información | Imagen |
|---|---|
| El valor 1 no se encuentra entre los resultados. | |
| Resultados = { 6, 2, 4, 6, 3, 2 } | |
| Resultados = { 2, 6, 4, 2, 1, 1, 5, 3, 5 } | |
| El experimento contiene siete eventos. | |
| Resultados = { 3, 5, 6, 1, 2, 1, 4 } | |
| El experimento contiene seis eventos. | |
| En los resultados hay tres números que se repiten. | |

**1.** Reproduce el experimento de lanzar un dado 10 veces y anota los resultados.

Resultados = _____

**2.** Describe con tus palabras los resultados alcanzados.

_____

_____

_____

## PROYECTO

**a)** Aplica tu cuestionario tipo encuesta al menos a 10 personas y registra tus resultados.

Resultados = _____

**b)** A partir de la información anterior, calcula las probabilidades de cada una de las 6 opciones dadas. Recuerda el hecho de que este cuestionario no es equiprobable.

- P(  ) =
- P(  ) =
- P(  ) =
- P(  ) =
- P(  ) =
- P(  ) =

Considera que este cuestionario solo es para que apliques tus aprendizajes y te des una idea de lo que se percibe en el lugar donde vives, pero no se pueden comparar los resultados, por ejemplo, con los del INEGI.

**c)** Analiza los resultados con las personas que participan en el proyecto. Escribe las conclusiones a las que llegaron.

## Tema 4. El experimento aleatorio con seis posibles resultados: sacar una de las seis canicas

Para este tema, se realizará un experimento con más elementos: dentro de una bolsa en la que no es visible el interior, se introducen seis canicas de diferentes colores para sacar una de ellas y registrar el resultado.

Para este experimento aleatorio primero se definen las partes para su registro correcto.

El evento consiste en sacar una canica. Los resultados posibles o espacio muestral son una canica blanca (B), una negra (N), una azul (A), una roja (R), una verde (V) y una amarilla (AM). Para su fácil registro, se escribirán los posibles resultados con la inicial del nombre del color:

$$\text{Espacio muestral} = \{B, N, A, R, V, AM\}$$

A partir de este espacio y de realizar el experimento se registra en el conjunto de resultados.



Debe indicarse también que, al igual que el experimento con dos canicas, durante todos los eventos es necesario que al sacar una, esta se devuelva a la bolsa antes de comenzar el siguiente evento, lo cual garantiza que las condiciones iniciales sean las mismas.

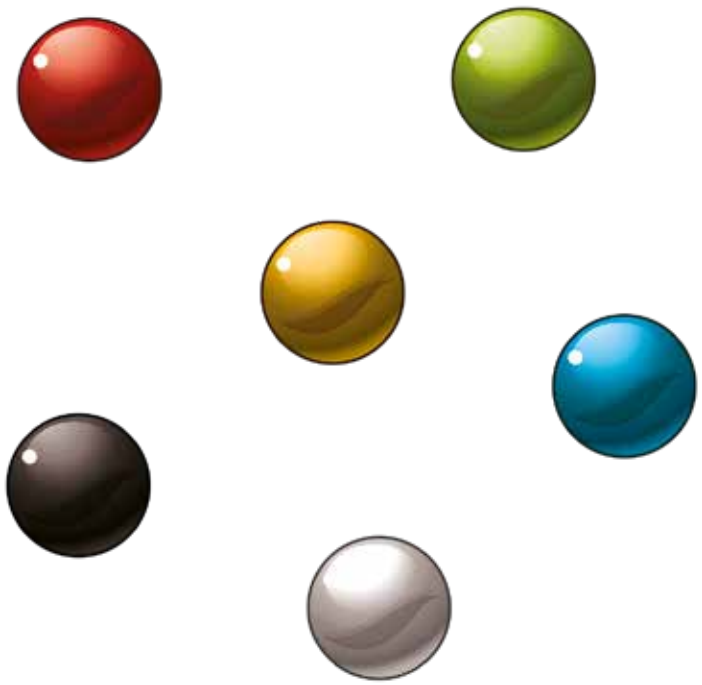
Por último, se hará el registro del experimento aleatorio.

En el experimento con 20 eventos se tienen los siguientes resultados:

Resultados = { V, AM, A, V, N, A, B, R, B, A, N, AM, R, A, V, B, AM, R, N, A }

Se concluye que la canica azul se sacó 5 veces, mientras que todas las demás se sacaron 3 veces.

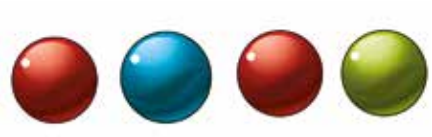
Este es uno de los conjuntos de resultados donde es más fácil notar la equiprobabilidad de los seis resultados, aun cuando uno de ellos fue más notorio.



**Actividad 4.** Para reforzar lo aprendido, haz lo que se te pide.

**a)** Relaciona los resultados con la imagen correspondiente.

- Resultado = { B, N, B, M, R, A, B }



- Resultado = { R, A, V, V, N }



- Resultado = { R, A, R, V }



- Resultado = { R, A, N, V }





**b)** Reproduce el experimento de sacar una canica de una bolsa con seis de ellas y anota los resultados. En el caso de no tener canicas utiliza cualquier otro objeto del que tengas 6 para completar la actividad o utiliza pedazos de papel del mismo tamaño con cada resultado del espacio muestral, dóblalos de la misma forma y mételos en una bolsa para sacarlos sin ver.

Resultados = _____

**c)** Responde las siguientes preguntas.

**1.** ¿Qué ocurriría si dentro de la bolsa tuvieras frijoles pintos?

_____

_____

_____

_____

_____

**2.** ¿Qué ocurriría si dentro hubiera 6 figuritas de madera del mismo tamaño, pero de diferente forma (por ejemplo, un cubo, un rectángulo, una estrella, etcétera)?

_____

_____

_____

_____

_____




En esta secuencia aprendiste a representar la probabilidad de un evento en una fracción, a reconocer y registrar los resultados de un evento con seis resultados posibles.

**Actividad de cierre.** Repasa lo aprendido y haz lo que se te pide.

**a)** Marca con una paloma ✓ si las frases son verdaderas (V) o falsas (F).

| Frases | V | F |
|---|---|---|
| Lanzar una moneda o un dado son eventos donde interviene el azar. | | |
| Lanzar un dado tiene seis posibles resultados. | | |
| La probabilidad de un evento se obtiene con la siguiente fórmula: P = Total de eventos /Eventos favorables | | |
| La probabilidad de sacar 2 al lanzar un dado es de $\frac{2}{6}$. | | |
| El conjunto {1, 2, 3, 4, 5} es el espacio muestral de lanzar un dado. | | |
| El conjunto {B, N, M, V, N, A} es un posible conjunto de resultados del experimento de sacar una canica de una bolsa oscura. | | |

**b)** Realiza físicamente el experimento de lanzar un dado 10 veces y registra los resultados.

## PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

| Actividades | Sí |
|---|---|
| Reflexioné en torno a los datos recopilados sobre la inseguridad. | |
| Hice una lista de 6 acciones para mejorar la seguridad en la colonia o comunidad. | |
| Elaboré un cuestionario tipo encuesta, determiné el espacio muestral, y lo apliqué al menos a 10 personas. | |
| Calculé la probabilidad de que cada persona encuestada elija cada una de las 6 opciones dadas. | |
| Registré los resultados y análisis de la información para establecer acciones que reduzcan la inseguridad en la colonia o comunidad. | |



Secuencia

12

# *Experimentos aleatorios con doce resultados posibles*

En esta secuencia estudiarás eventos con un mayor número de posibles resultados, siempre y cuando estos sean precisos. También conocerás cómo se define el espacio muestral de estos experimentos.

 **PROYECTO**

Asimismo, finalizarás el proyecto *Acciones comunitarias para hacerle frente a la inseguridad*. Para cerrar, realizarás lo siguiente:

- Análisis de una gráfica sobre percepción de inseguridad por tipo de lugar.
- Elaboración de dos experimentos con base en la gráfica.
- Identificación de los factores que inciden en la percepción de inseguridad en la colonia o comunidad.
- Invitación a las personas participantes en el proyecto para seguir una agenda de trabajo o cronograma.

Recuerda que usamos el ícono  **PROYECTO** para diferenciar las actividades del proyecto.




**Actividad de inicio.** Recupera tus conocimientos previos y responde las siguientes preguntas.

1. ¿Cuántos resultados posibles se obtienen de lanzar un dado?

2. ¿Lanzar una moneda es un evento equiprobable?, ¿por qué sí o por qué no?

3. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado este caiga en 2?

4. ¿Los resultados de un experimento aleatorio se pueden presentar en conjunto?, ¿por qué sí o por qué no?

# DESARROLLO

## Tema 1. Posibles resultados de un experimento aleatorio

Al momento de realizar un **experimento aleatorio** es necesario que su espacio muestral esté bien definido, como cuando participas en una rifa o sorteo, pues existe un número total de boletos; también cuando juegas buscaminas, lotería o algún otro juego.

En cambio, el clima es un claro ejemplo de un experimento aleatorio difícil de definir. Si quieres calcular la probabilidad de cómo estará el clima mañana, son varios los posibles resultados:



Soleado



Nublado



Lluvioso



Frío



Lluvioso y soleado



Frío y soleado

Para predecir sucesos en los que influye el azar hay situaciones con demasiados resultados posibles que dificultan su registro, de modo que **no es conveniente seleccionar como experimento aleatorio** los casos en los que se tienen combinaciones de resultados, como en el caso del clima.

**Hay casos de experimentos con resultados posibles y bien definidos**. Un ejemplo sería sembrar una semilla de rosal sin conocer de qué color serán sus flores.




**CÓDIGO COMÚN**

**Pequeña empresa:** establecimiento que realiza alguna actividad económica y que cuenta con un número de trabajadores entre 11 y 30.

En un evento se puede seleccionar un animal al azar y verificar cuál de las dos condiciones cumple:

$$\text{Espacio muestral} = \{\text{hembra, macho}\}$$

En el caso de la rifa de un refrigerador entre las 20 personas que laboran en una **pequeña empresa**, cada una deposita su boleto en una urna. El espacio muestral es el siguiente, considerando la numeración de los boletos:

$$\text{Espacio muestral} = \{01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

En este caso es posible enlistar y definir un experimento aleatorio, ya que las posibilidades están claramente definidas, pues cada persona trabajadora tiene las mismas posibilidades de ganar la rifa.

**Actividad 1.** Realiza lo que se te indica para reforzar tus aprendizajes sobre el espacio muestral.

**a)** Relaciona con una línea ambas columnas, según corresponda.

- Espacio muestral de los puntos cardinales.
- Espacio muestral de colores primarios.
- Espacio muestral de números del 1 al 4.
- Espacio muestral de los dedos de la mano.

Espacio muestral = { N, S, E, O }

Espacio muestral = { Azul, Amarillo, Rojo }

Espacio muestral = { Pulgar, Índice, Medio, Anular, Meñique }

Espacio muestral = { 1, 2, 3, 4 }

**b)** Menciona un experimento aleatorio donde se tengan exactamente 7 posibles resultados y describe su espacio muestral.

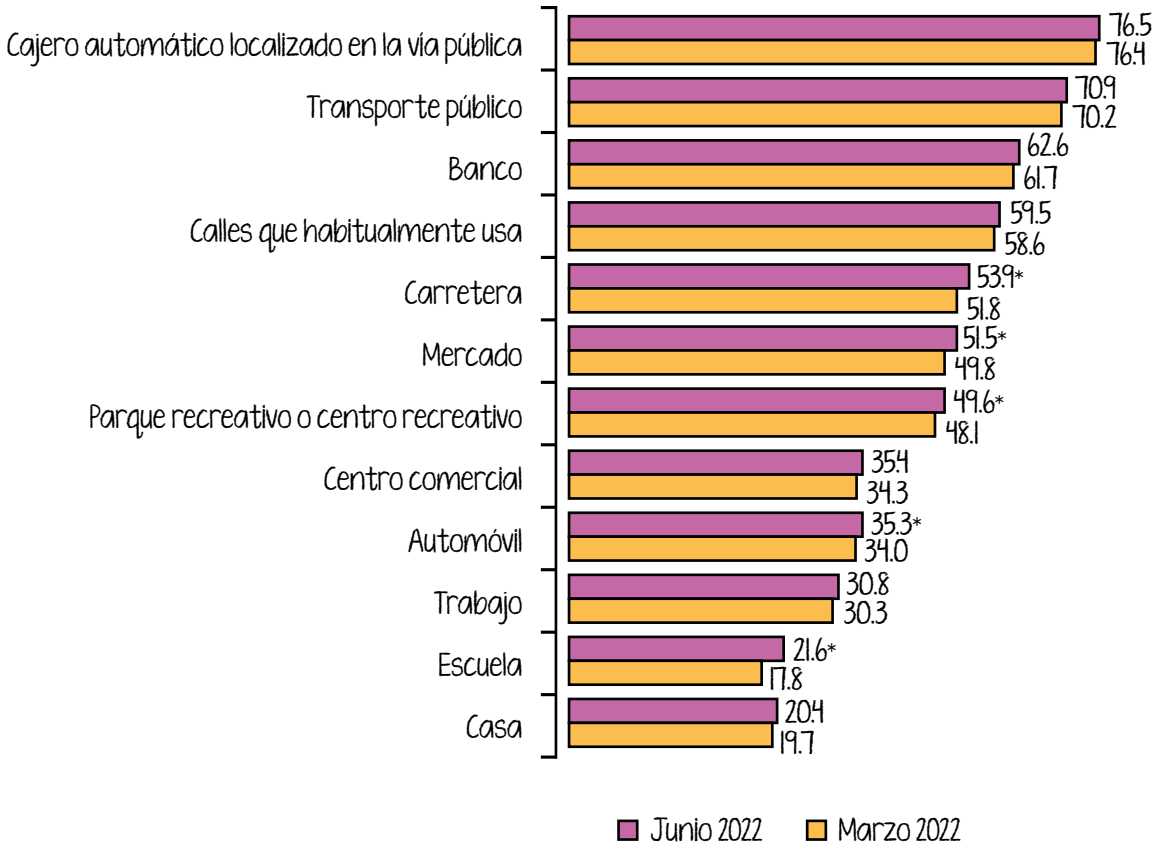
Espacio muestral:

## PROYECTO

**a)** Para retomar el proyecto, nuevamente revisa los resultados de la Encuesta Nacional de Seguridad Pública Urbana, Segundo trimestre de 2022, elaborada por el INEGI.

Ya revisaste la percepción de inseguridad por sexo en el segundo trimestre de 2022. Observa ahora este comparativo entre los resultados del primer y segundo trimestres de 2022 por tipo de lugar.

Porcentaje de la población de 18 años y más que se siente insegura por tipo de lugar




**Fuente:** INEGI, *Encuesta Nacional de Seguridad Pública Urbana (ENSU)*, disponible en https://bit.ly/3McWGhH (Consulta: 19 de agosto de 2022).

**b)** Ya aplicaste una encuesta sobre la percepción de inseguridad con dos posibles respuestas. Ahora, aplica al menos a diez personas otro cuestionario tipo encuesta con las 12 opciones dadas en la gráfica anterior.

**c)** Esta encuesta consistirá en dos experimentos:

**1.** Mencionar las 12 opciones y preguntar cuál es el lugar que perciben como menos seguro.

- Haz una tabla con los 12 lugares y anota las respuestas de cada una de las 10 personas encuestadas sobre el lugar que perciben menos seguro.

- Registra la información:

Espacio muestral = _____

Resultados = _____

2. Mencionar las mismas opciones y preguntar cuál es el lugar que perciben más seguro.

   - Repite la tabla con los 12 lugares y anota las respuestas de cada una de las 10 personas encuestadas sobre el lugar que perciben más seguro.



   - Registra la información:

Espacio muestral = _____

Resultados = _____

Analizando con atención la gráfica de porcentaje del INEGI, se puede decir que hay mayor probabilidad de que respondan que el lugar más seguro es su casa, y el más inseguro sea el cajero automático localizado en la vía pública.

Recuerda que no puedes comparar tu encuesta con la del INEGI, porque la tuya no es representativa, es muy pequeña.

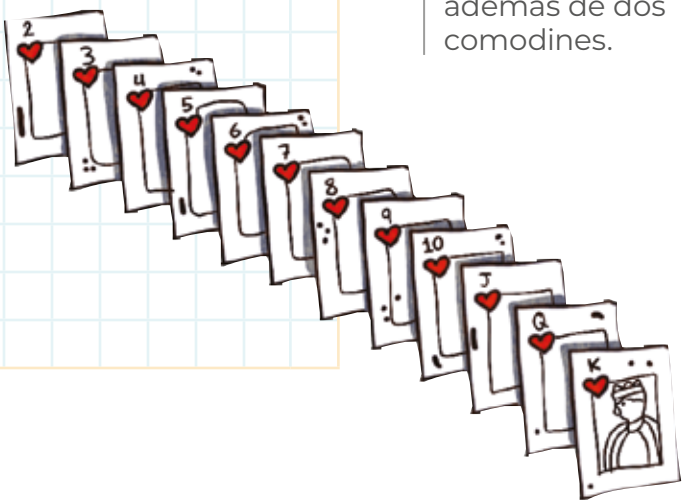
## Tema 2. Identificación de eventos aleatorios con más resultados posibles

Las posibilidades de un evento pueden ser **infinitas**. A continuación, se muestran ejemplos de eventos aleatorios con 12 resultados posibles.

### Ejemplo 1:

Dentro de una **baraja inglesa** se tienen 4 juegos de cartas que son de corazón, espadas, diamantes y tréboles, y en cada juego de figuras se tienen 13 cartas, contando desde el as (A), del 2 al 10, hasta la jota (J), la reina (Q) y el rey (R).

Con estas cartas se puede definir un evento al quitar los ases (A) para dejar solo 12 cartas, como se muestra en la imagen.



**CÓDIGO COMÚN**

**Baraja inglesa:** juego de mesa que consiste en un conjunto de 52 cartas de cuatro tipos distintos: corazón, espadas, diamantes y tréboles, además de dos comodines.

El evento consiste en revolver las cartas y tomar una al azar, lo que da 12 posibles resultados, así que el espacio muestral sería el siguiente:

$$\text{Espacio muestral} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, R\}$$

## Ejemplo 2:




Elegir entre las horas del día puede ser un evento de 12 posibilidades si las dividimos en dos: antes del mediodía (a.m.) y después del mediodía (p.m.).

Si se quiere seleccionar una hora al azar después del mediodía para realizar una actividad, el espacio muestral es el siguiente:

$$\text{Espacio muestral} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

Los elementos de un evento pueden variar tanto como todas las situaciones que alguien se pueda imaginar: en las cartas se combinan números con letras, en el tiempo solo son números, mientras que en Biología pueden ser los tipos de especie.

En estos casos de **experimento aleatorio con hasta 12 resultados posibles**, la probabilidad se calcula con la misma fórmula, donde el total de posibilidades es 12 y la probabilidad de obtener uno de los resultados se representa de esta forma:

$$P = \frac{\text{Eventos favorables}}{\text{Total de eventos}}$$

Entonces, la probabilidad de obtener uno de los resultados es: $P = \frac{1}{12}$ en términos de fracción, y de 0.083 en decimales.

## Ejemplo:



El experimento a realizar consiste en extraer una canica de una bolsa oscura, pero en este caso serán 12 canicas diferentes, con los colores siguientes, abreviados de esta forma:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Café | C | Naranja | Na |
| Roja | Rj | Morada | M |
| Blanca | B | Negra | Ne |
| Verde | Ve | Gris | G |
| Amarilla | Am | Rosa | R |
| Azul | Az | Violeta | Vi |

Para el registro correcto, se define el espacio muestral:

Espacio muestral = { C, Rj, B, Ve, Am, Az, Na, M, Ne, G, R, Vi }

Con este conjunto se completa el experimento, que consiste en sacar 20 veces una canica de la bolsa. Recuerda que, después de registrar cuál se sacó, la canica debe ser devuelta a la bolsa antes de comenzar el siguiente evento, para no alterar el experimento. Por último, se hace el registro del experimento aleatorio.

Después de sacar una canica 20 veces, se obtuvieron estos resultados:

Resultados = { M, Rs, B, Az, Na, G, M, Vi, Az, G, B, Rj, Na, C, Ne, B, Vi, Am, B, M }

Entre los resultados se denota que la canica Ve (verde) nunca salió, y las más frecuentes fueron las canicas B (blanca) y la M (morada). Esto demuestra la influencia del azar en un experimento aleatorio, puesto que cada canica tenía la misma posibilidad de ser extraída, sin embargo, esto no sucedió en este experimento.

**Actividad 2.** Repasa tus aprendizajes y haz lo que se te pide.

**a)** Marca con una paloma ✓ si las frases son verdaderas (V) o falsas (F).

| Frases | V | F |
|---|---|---|
| Lanzar un dado una sola vez es un evento con 12 resultados posibles. | | |
| Lanzar un dado 12 veces es un experimento aleatorio con 12 resultados posibles. | | |
| Elegir entre las letras O a la Z al azar es un evento con doce posibles resultados. | | |
| La probabilidad de un resultado cuando el espacio muestral tiene 12 elementos es de $\frac{12}{1}$. | | |
| Un evento puede tener más de 12 resultados posibles. | | |

**b)** Relaciona la explicación o interpretación con el conjunto de resultados correspondiente.

- El resultado que más salió, se obtuvo cuatro veces.

Resultados = {H, B, C, A, I , G, J, C, A}

- Ninguno de los resultados se repitió.

Resultados = {C, D, K, D, C, C, K}

- Nunca salieron las canicas con la letra D y F.

Resultados = {D, H, C, D, A, D, E, D}

- El evento se realizó seis veces.

Resultados = {K, D, H, B, C, A, I, E, F, G, J}

- Solo se obtuvieron tres tipos de resultados.

Resultados = {K, B, C, K, I, F}

## PROYECTO

**a)** Revisa con las personas participantes en el proyecto la información reunida, tanto sobre la percepción de inseguridad a nivel nacional como de los datos que arrojaron las distintas encuestas que aplicaste en el lugar donde vives.

**b)** Escribe los factores que inciden en la percepción de inseguridad que hayas detectado a lo largo del proyecto.

**c)** Elabora una agenda de trabajo o cronograma con las personas de tu colonia o comunidad para realizar acciones que mejoren la seguridad y reduzcan la percepción de inseguridad.

1. Es indispensable aumentar la **cohesión social** mediante acciones de convivencia pacífica y toma de acuerdos vecinales o comunales.

2. Realicen juntas periódicas para plantear, analizar y promover soluciones frente a las problemáticas de la comunidad.

3. Mantengan estrecha relación con las personas que representen la autoridad en su colonia o comunidad.

**CÓDIGO COMÚN**

**Cohesión social:** unión de las personas de una sociedad o lugar determinado, que les permite sentirse parte de su comunidad, involucrarse en los asuntos públicos y en la toma de decisiones para resolver problemas que se presenten.

**CONEXIONES**

Para la agenda de trabajo o cronograma te puedes apoyar en la propuesta de proyecto comunitario que se desarrolla en la secuencia 4 de la unidad 1 de *Vida y comunidad 3*




En esta secuencia revisaste que se pueden calcular y predecir eventos con un mayor número de posibles resultados, siempre y cuando estos sean precisos. También definiste, reconociste y planteaste el espacio muestral de experimentos aleatorios con hasta 12 resultados posibles.

**Actividad de cierre.** Refuerza tus aprendizajes y realiza lo que se te pide.

1. El experimento de seleccionar una de las letras del abecedario al azar tiene más de 12 posibles resultados. Menciona la cantidad de elementos de su espacio muestral.

2. Lanzar dos dados no es un evento equiprobable. Escribe la probabilidad de los resultados para confirmar tu respuesta.

**3.** Un conjunto de resultados tiene que ser mayor al espacio muestral. Describe un espacio muestral y un conjunto de resultados al lanzar un dado que lo ejemplifiquen.

**4.** Describe un experimento con 8 posibles resultados equiprobables, su espacio muestral y la probabilidad de cada resultado.

**5.** Reproduce el experimento de sacar una canica 20 veces con los 12 colores que se usan en la secuencia 12. En vez de usar canicas escribe los colores en doce papelitos del mismo tamaño. Registra tus resultados y escribe tus conclusiones.

Resultados: _____

Conclusiones: _____

_____

_____

_____

## PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

| Actividades | Sí |
|---|---|
| Analicé una gráfica sobre percepción de inseguridad por tipo de lugar. | |
| Elaboré dos experimentos tomando como base dicha gráfica. | |
| Identifiqué los factores que inciden en la percepción de inseguridad en mi colonia o comunidad. | |
| Invité a las personas participantes en el proyecto para seguir una agenda de trabajo o cronograma y elaboré un plan para reducir la inseguridad con base en la información recabada. | |

Ponte al corriente si te falta alguna actividad.

# Autoevaluación

## Mi reflexión sobre el módulo

Te invitamos a reconocer lo que aprendiste a lo largo de este módulo, su importancia en la vida cotidiana, las dificultades que afrontaste y estrategias para mejorar.

- Reflexiona y escribe lo que se te pide.

**a)** Describe la utilidad de los aprendizajes desarrollados en el módulo en tus actividades diarias.

**b)** Analiza e identifica las habilidades y conocimientos que desarrollaste o mejoraste con los contenidos del módulo.
Anota tus respuestas en la tabla.

| | |
|---|---|
| **Traducir situaciones sencillas al lenguaje algebraico.** | |
| **Realizar operaciones con monomios y polinomios.** | |
| **Ubicar puntos y trazar rectas en el plano cartesiano.** | |
| **Identificar la función algebraica, calcular rangos de valores y graficarlos.** | |
| **Resolver problemas de interpolación y extrapolación de datos de una función.** | |
| **Reconocer el azar y la probabilidad en los experimentos aleatorios.** | |
| **Realizar experimentos aleatorios, enlistarlos, representarlos e interpretarlos.** | |

**c)** Escribe tres ejemplos de aprendizajes que te ayudaron a resolver situaciones cotidianas con ayuda de las matemáticas.

**d)** Explica cómo lo que aprendiste fortalece el ejercicio de tu derecho al acceso a la información confiable que puedes discriminar y utilizar tanto para tu vida cotidiana como durante tu participación democrática en la comunidad.

**e)** Anota los aprendizajes que debes reforzar y cómo puedes hacerlo.

| Puedo reforzar... | ¿Cómo lo lograré? |
|---|---|
| | |

- Comparte tus reflexiones con amistades, familiares o las personas del *Círculo de estudio*, así como las estrategias para mejorar.

INSTITUTO NACIONAL PARA LA EDUCACIÓN DE LOS ADULTOS

Módulo

# Pensamiento matemático 4

**SECUNDARIA**

**Hoja de avances**

**Nombre de la persona adulta**

Apellido paterno | Apellido materno | Nombres

**RFE o CURP**

Marca con una paloma ✓ los contenidos que hayas completado y comprendido satisfactoriamente en cada unidad.

## Unidad 1

### Secuencia 1

- Lenguaje algebraico ○
- Los monomios ○
- La suma de monomios ○
- La resta de monomios ○

### Secuencia 2

- Multiplicaciones y divisiones algebraicas ○
- La multiplicación de monomios ○
- La división de monomios ○

### Secuencia 3

- Los polinomios y su clasificación ○
- La suma y la resta de polinomios ○

### Secuencia 4

- La multiplicación de polinomios ○
- La división de polinomios ○

## Unidad 2

### Secuencia 5

- El plano cartesiano y sus partes ○
- Las coordenadas y sus componentes ○
- Ubicación de puntos en el plano cartesiano ○

### Secuencia 6

- La función en álgebra ○
- Cálculo de una función dada ○
- Tablas con rangos de valores para una función ○
- Gráfica de la tabla de valores de una función ○

### Secuencia 7

- Qué es una interpolación y cómo se realiza ○
- Problemas de interpolación ○

### Secuencia 8

- La extrapolación ○
- Utilidad de la extrapolación en la resolución de problemas ○

## Unidad 3

### Secuencia 9

- Concepto de probabilidad ○
- Concepto de azar ○
- Situaciones cotidianas en las que puede intervenir el azar ○
- Eventos en los que interviene el azar y eventos en los que no ○

### Secuencia 10

- El experimento aleatorio ○
- Dos resultados posibles ○
- Espacio muestral y registro de experimentos aleatorios con dos resultados posibles ○

### Secuencia 11

- Representación de la probabilidad de un evento con fracciones ○
- Representacion con una fracción de la probabilidad de un evento ○
- El experimento aleatorio con seis posibles resultados: tirar un dado ○
- El experimento aleatorio con seis posibles resultados: sacar una de las seis canicas ○

### Secuencia 12

- Posibles resultados de un experimento aleatorio ○
- Identificación de eventos aleatorios con más resultados posibles ○

**Hago constar que completó satisfactoriamente los contenidos de este módulo.**

Nombre de la persona asesora: _____

Firma: _____ Fecha: _____

Anota, por cada unidad, los aprendizajes que te resultaron más significativos y su aplicación en la vida cotidiana.

| ¿Qué aprendí? | ¿Para qué me sirve? |
|---|---|
| **Unidad 1** | **Unidad 1** |
| **Unidad 2** | **Unidad 2** |
| **Unidad 3** | **Unidad 3** |

**Datos de la aplicación**

Fecha: _____ Lugar: _____

Nombre y firma
de la persona aplicadora: _____

# Bibliografía

**Fuentes consultadas**


Aft, Carson & Connell, Lucas, *All the Math, Every Concept you Need in One Book,* USA, 5 Points Prep, 2018.

Agosto, Adalberto, *Módulo 8, Probabilidad (7mo-9no)*, Puerto Rico, Universidad de Puerto Rico en Bayamón, disponible en http://bit.ly/3UgNiw8 (Consulta: 2 de octubre de 2022).

Aprende en casa, *Teorema de Pitágoras,* Gobierno de México, disponible en http://bit.ly/3OGpAbs (Consulta: 20 de noviembre de 2022).

Baldor, Aurelio, *Álgebra,* México, Editorial Patria, 2019.

Baldor, Aurelio, *Aritmética teórico práctica,* Madrid, Compañía Cultural Editora y Distribuidora de Textos Americanos, 1985.

Carpinteyro Vigil, Eduardo, *Geometría y trigonometría. Conceptos y aplicaciones,* México, Editorial Patria, 2021.

Colegio de Ciencias y Humanidades, "Ángulos", en *Portal Académico CCH-UNAM,* disponible en https://portalacademico.cch.unam.mx/matematicas2/angulos (Consulta: 3 de noviembre de 2022).

Colegio de Ciencias y Humanidades, "Semejanza de triángulos", en *Portal Académico CCH-UNAM,* disponible en https://portalacademico.cch.unam.mx/matematicas2/semejanza-del-triangulo (Consulta: 12 de noviembre de 2022).

Chamizo Guerrero, José Antonio, *Ciencias 2 Física, Segundo grado,* Esfinge, 2016 (cuarta reimpresión), pp. 197-200.

De Oteyza, Elena, Lam, Emma *et al., Geometría analítica y trigonométrica,* Pearson, México, 2015.

Ferrán Camps, "Participación comunitaria y gestión alternativa de conflictos", en *Cuadernos de Trabajo Social,* núm. 13, 2000, pp. 231-251.

García Álvarez, Miguel Ángel, *Introducción a la teoría de la probabilidad II. Segundo curso,* México, Fondo de Cultura Económica, 2009.

Indesol, *Discuten sobre cultura de paz y vida digna,* disponible en http://bit.ly/3h4YkXp (Consulta: 20 de octubre de 2022).

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Encuesta Nacional sobre Seguridad Pública Urbana (ENSU) Segundo Trimestre 2022*, México, INEGI, 2022, disponible en https://bit.ly/3hNJFQK (Consulta: 17 de octubre de 2022).

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Población,* disponible en https://www.inegi.org.mx/temas/estructura/ (Consulta: 12 de octubre de 2022).

Instituto Nacional para la Educación de los Adultos, *Operaciones avanzadas. Libro del adulto,* MEVyT INEA, México, 2019.

Marcellán, Francisco, Arvesu Carballo, Jorge y Sánchez Ruiz, Jorge, *Problemas resueltos de álgebra lineal,* México, Ediciones Paraninfo, 2015.

Martínez Hernández, María Leticia y Mohar Fresán, Daniel, *Matemáticas 1,* Serie INNOVAT, México, Innova Ediciones, 2020.

Matthews, Bennie, *Statics and Analytical Geometry,* United Kingdom, Ed-Tech Press, 2019.

Moreno Corral, Marco A. y Torres Castilleja, Silvia (escritores y compiladores), "Historia", en *Instituto de Astronomía de la UNAM* (página web), disponible en http://bit.ly/3hbqujy (Consulta: 21 de octubre de 2022).

Moreno Corral, Marco Arturo, *Odisea 1874 o el primer viaje internacional de científicos mexicanos,* SEP, FCE, Conacyt, 2003.

Murray, R. Spiegel & Stephens, Larry J., *Estadística,* México, McGraw-Hill, 2008.

Organización Mundial de la Salud, Directrices de la OMS sobre actividad física y comportamientos sedentarios [*WHO Guidelines on Physical Activity and Sedentary Behaviour*], Ginebra, OMS, 2021, disponible en https://bit.ly/3ydsvBb (Consulta: 18 de agosto de 2022).

Pozas, Diana Cecilia y María Laura Santor, "El álgebra elemental en la escuela secundaria. Un análisis desde la teoría antropológica de lo didáctico", *Revista Digital Matemática, Educación e Internet,* Vol. 16, No. 2, marzo-septiembre 2016.

Real Academia Española, *Diccionario de la lengua española,* Edición del Tricentenario, actualización 2021, disponible en RAE.es: https://dle.rae.es.

Rojas Bonilla, Elsa, "La cultura de paz y su importancia en el proceso de formación ciudadana en el contexto educativo colombiano", Varona, R*evista Científico-Metodológica,* No. 66, 2018, versión en línea disponible en <http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1992-82382018000300021&lng=es&nrm=iso> (Consulta: 20 de agosto de 2022).

Secretaría de Educación Pública, *Desafíos matemáticos. Libro para el alumno. Sexto grado,* México, SEP, 2019.

Secretaría de Salud, *¿Qué es sedentarismo?,* disponible en https://www.gob.mx/salud/es/articulos/que-es-sedentarismo (Consulta: 18 de agosto de 2022).

Seminario de Educación para la Paz de España, *Educar para la paz. Una propuesta posible,* Madrid, Los Libros de la Catarata, 1996.

Tippens, Paul E., *Física,* Conceptos y aplicaciones, McGraw-Hill, 1985.

Velasco Sotomayor, Gabriel, *Probabilidad. Fundamentos y aplicaciones,* México, Editorial Trillas, 2015.

Vicente-Rodríguez, Germán, "Qué es el entrenamiento multicomponente y por qué es beneficioso para las personas mayores", en *The Conversation,* disponible en https://bit.ly/3e5vZPy (Consulta: 18 de agosto de 2022).

## Fuentes sugeridas

Atentamente Victoria, “Cómo hacer un disco de Newton casero | VIX Hacks” (video), *Youtube*, https://bit.ly/3UXPN89 (Consulta: 30 de octubre de 2022).

Fiscalía General de la República, *¿Qué hago si soy víctima o testigo de un delito electoral?,* disponible en https://bit.ly/3yiHR7L (Consulta: 29 de octubre de 2022).

Fisioterapia Querétaro, “Ejercicios respiratorios para mejorar la capacidad pulmonar COVID-19” (video), en *Youtube,* disponible en http://bit.ly/3OwKCsP (Consulta: 22 de octubre de 2022).

Instituto Mexicano del Seguro Social, Activación física, IMSS, Disponible en https://bit.ly/3fGQYZq (Consulta: 14 de octubre de 2022).

Polinomios.org, División de monomios, disponible en https://bit.ly/3xF9UOo (Consulta: 13 de noviembre de 2022).

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Colofón

Educación
Secretaría de Educación Pública

INSTITUTO NACIONAL PARA LA EDUCACIÓN DE LOS ADULTOS

DISTRIBUCIÓN GRATUITA

Este programa es público, ajeno a cualquier partido político. Queda prohibido su uso para fines distintos a los establecidos en el programa.